

RZ DRI - 090117		
Начало работы над материалом	Первая публикация в сети	Последние исправления
декабрь 2013 г. (г. София)	09.01.2017 г.	17.12.2017 г.
Примечания: рукопись. Размещение: http://www.dri1.cc.ua/RZ.htm . Резервное размещение: _____. Размещение ссылки: «Новые идеи и гипотезы». Техника. http://new-idea.kulichki.net .		
		Страниц: 37

u↑a

Рабочая записка:

Упругопластическое деформирование тонкостенного, укрепленного в кольцевом направлении стального баллона, при нагружении его внутренним давлением.

Ведущий инженер-технолог ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, г. Киев, Р. И. Дмитриенко,
 E-mail: dri1@ukr.net.

Ключевые слова: *бандаж, баллон, деформации, ровинг, внутреннее давление, гидроиспытания, предельное состояние.*

Представлена задача совместного деформирования под внутренним давлением тонкостенной, стальной, цилиндрической трубы с днищами, моделирующей баллон, и укрепляющего композитного бандажа, образованного путем намотки ровинга в кольцевом направлении трубы. Достижение предельного давления. Сталь, из которой изготовлен баллон, в отличие от материала бандажа предполагается изотропной. Рассмотрен аналитический подход в тонкостенном представлении, и сравнение расчетов с экспериментальными данными, полученными при испытании натурального образца внутренним давлением вплоть до разрушения. Механические свойства бандажа определяются через свойства ровинга в составе с эпоксидным связующим. Бандаж, в отличие от трубы, линейно-упругий вплоть до разрыва его волокон. Библиогр. 14, рис. 5.

Введение.

В данном материале описывается расчет совместной работы тонкостенной, цилиндрической, стальной трубы с днищами, моделирующей баллон, и композитного бандажа. Внутреннее давление в баллоне, действуя также и на днища, создает осевое усилие и, следовательно, осевые напряжения. Предполагается, что бандаж устанавливается методом намотки ровинга (нити) только на цилиндрическую часть (далее) баллона, под углом близким к 90 градусам к его оси, причем покрывает собой всю поверхность. Витки композитного бандажа укладываются послойно с постоянным натяжением на виток независимо от номера слоя. Материал бандажа в направлении армирования, т.е. в кольцевом для баллона, линейно-упругий вплоть до достижения своего предельного состояния - разрушения. Поперек армирования не сопротивляется нагрузкам, т.е. материал бандажа анизотропный. Отсюда следует, что бандаж работает только в кольцевом направлении и не сопротивляется осевым деформациям баллона. С ростом внутреннего давления в баллоне будут происходить упругие, а затем пластические деформации, бандаж же всегда будет

находиться в линейно-упругом состоянии. После того как в бандаже кольцевые деформации превысят предельные - он разрушится. В излагаемом материале прочность конструкции в целом определяется прочностью бандажа. Другие варианты достижения предельного состояния баллона с бандажом и особенности разрушения такой конструкции описаны в конце излагаемого материала. Расчет механических свойств бандажа приведен во втором разделе. Стоит оговориться, что под предельным состоянием мы будем подразумевать тот момент, до которого та или иная нагрузка еще растет. В случае баллона или баллона с бандажом это максимальное давление. После его достижения, при продолжающемся нагружении приводящем к росту деформаций, но уже в локальных местах, в ряде случаев оно далее может снижаться, и разрушение происходит уже при меньших давлениях. Здесь аналогия с диаграммой одноосного растяжения образца. В случае испытаний на растяжение материала бандажа, при достижении растягивающего усилия максимума, разрушение происходит практически моментально. В таком случае за предельное состояние могут отвечать максимальные деформации, при которых происходит разрушение. Деформации в отличие от напряжений в таком случае удобны тем, что они не зависят от плотности укладки как последние.

Упругое решение является частным случаем полного решения, полученного для условий пластических деформации баллона. Аналитический расчет вплоть до предельного состояния целесообразен тем, что можно проследить в какой степени различные параметры влияют на максимальное давление, от которого зависит коэффициент запаса прочности. Эти вопросы актуальны при проектировании. Результаты расчета сравниваются с испытаниями натурального образца, специально изготовленным для проверки теоретических выкладок.

Объект экспериментального исследования.

К объекту экспериментального исследования относим натуральный образец, условное обозначение которого I4, моделирует укрепленные (усиленные) в кольцевом направлении, цилиндрический баллон и линейный участок трубопровода. Цилиндрическую часть трубопровода тоже можно рассматривать как баллон, т.к. от внутреннего давления создается осевое усилие такое же, как и в баллоне. Образец принадлежит к серии натуральных образцов, на которых изучается процесс деформирования под внутренним давлением. Все образцы представляют из себя тонкостенные баллоны, и изготовлены из гильз принадлежащих одной и той же горячедеформированной трубе 219×6, сталь 20. Труба произведена на ОАО «Интерпайп НТЗ», Днепропетровск, Украина. К гильзам приваривались плоские пластины в качестве днищ. Образцы моделируют трубу в состоянии заводской поставки (I1), поврежденный (I2), отремонтированный (I3) и усиленный (I4) участки трубопровода. Все они доводились до разрушения. Несмотря на то, что каждый образец имеет свои специфические особенности, но поскольку они изготовлены из одной и той же трубы, то это позволяет производить объективное сравнение результатов натуральных гидравлических испытаний.

Условно принятые рабочее и поверочное давления для всех образцов, составляют 10 и 15 МПа. Методика проведения испытаний образцов, их параметры, вид, диаграммы нагружения внутренним давлением во времени, и основные результаты приведены в [1]. Там же приведены состав и некоторые свойства используемого композиционного материала, а также технология образования бандажа. Нормативные документы (НД), которым должна соответствовать труба и компоненты композитного бандажа, приведены там же. Расчет "К-фактора", его изменение после намотки и при пластических деформациях для

рассматриваемого образца (I4) и образца без бандажа (I1) можно найти в материалах [2]. Расчет и экспериментальные данные по исследованию изменения объемных характеристик этих же образцов приведены в [3, 4]. Свойства материала трубы, включая диаграммы деформирования, параметры ее формы и распределения толщины стенки приведены в [1, 4]. Видео испытаний образца I4 приведено на канале You Tube: ROMAN DMYTRIENKO, [5]. На том же канале опубликовано видео испытаний и других образцов, а также испытания материала бандажа и намотка ровинга на рассматриваемый образец при формировании на нем бандажа. Фото всех образцов, а также попытки их расчета методом конечного элемента приведены в статье [6].

Цель.

Целью излагаемого материала является освещение расчета упругопластического деформирования тонкостенного, изготовленного из изотропной стали баллона укрепленного в кольцевом направлении, при нагружении его внутренним давлением. Описание совместного деформирования вплоть до предельного состояния, которое определяется максимально возможными деформациями упругого бандажа в направлении армирования. Сравнение с результатами натурных испытаний.

1. Расчет совместного деформирования баллона и бандажа.

Условно, цилиндрическая оболочка считается тонкостенной, когда отношение радиуса срединной поверхности к толщине стенки больше 10, [7]. Расчет будем вести по текущим геометрическим размерам. Отсюда под напряжениями будем понимать действительные напряжения. Первоначальные радиусы срединных поверхностей и толщин стенки обозначены индексом (o), их мы также рассматриваем и при установке бандажа. При описании деформированного состояния используем логарифмические деформации, которые в упругой области практически не отличаются от обычных. Параметры, за исключением давления, относящиеся к бандажу, обозначены звездочкой (*). В расчетах используем действительную диаграмму деформирования, построенную по данным диаграммы растяжения образца вырезанного в кольцевом направлении трубы из которой изготовлен баллон. Образец выпрямлялся на прессе, подробнее см. в [4]. Преобразование одной диаграммы в другую осуществляется по формулам (10), см. ниже. Обычные деформации и напряжения, а также параметры образованные на их основе, обозначены чертой сверху.

После установки бандажа, из условия равновесия части конструкции, рассеченной осевой плоскостью можно получить выражение:

$$\sigma_{to}^s = -\sigma_{to*}^s, \quad (1)$$

где σ_{to} - кольцевые напряжения в баллоне после установки бандажа, s_o - первоначальная толщина стенки баллона, звездочкой соответственно обозначены те же параметры, но для бандажа.

Кольцевые напряжения в баллоне после установки бандажа отрицательны, осевые же, естественно, равны нулю. То же касается и осевых в бандаже.

Внутреннее давление в баллоне (P), будем относить к его срединной поверхности. К той же поверхности будем относить и действующее на него, наружное давление, создаваемое бандажом (P_*). При совместном деформировании от воздействия внутреннего давления в

баллоне, кольцевые деформации на наружной его поверхности и внутренней поверхности бандажа одинаковы. Для составления условия совместного деформирования нам следовало бы их приравнять, что не представляется сложным при рассмотрении совместной работы в толстостенном изложении, по крайней мере, в упругой области.

При нагружении давлением, кольцевые деформации срединной поверхности бандажа будут несколько ниже, чем срединной поверхности баллона. Ориентируясь в расчетах на радиус срединной поверхности последнего, вводя некоторые упрощения, можно выразить необходимые данные для радиуса срединной поверхности бандажа. Приравнявая радиальные перемещения срединных поверхностей (u), что естественно не является абсолютно верным, из выражений для кольцевых деформаций баллона и бандажа: $\varepsilon_t = \frac{u}{r_o}$,

$$\varepsilon_{t*} = \frac{u}{r_{o*}}, \text{ где } r_{o*} = r_o + \Delta_o, \text{ имеем } \varepsilon_t r_o = \varepsilon_{t*} r_{o*}, \text{ отсюда } \varepsilon_{t*} = \frac{r_o}{r_{o*}} \varepsilon_t.$$

Здесь $\Delta_o = 0,5(s_o + s_{o*})$ - разница между радиусами срединных поверхностей бандажа и баллона. r_o - первоначальное значение радиуса срединной поверхности баллона, а ε_t , соответственно, кольцевые деформации этой поверхности. Звездочкой указано тоже самое, но для бандажа.

Окончательно, для текущих размеров получаем:

$$\Delta = 0,5(s + s_*), \quad r_* = r + \Delta, \quad \varepsilon_{t*} = \frac{r}{r_*} \varepsilon_t, \quad (2)$$

где r, s - текущие значения радиуса срединной поверхности и толщины цилиндрической стенки баллона, звездочкой соответственно - для бандажа.

Следует понимать, что кольцевые деформации срединной поверхности баллона и кольцевые деформации бандажа соответствующие срединной поверхности баллона в нашем случае равны. Из выражения (2) видно, что $\varepsilon_{t*} < \varepsilon_t$. В первом приближении кольцевые деформации срединных поверхностей бандажа и баллона можно было бы считать одинаковыми, но если толщина бандажа существенна, (описание такого случая приведено в конце), то это приближение будет вносить ошибку, но идущую в запас прочности для бандажа.

Выразим через P_{**} внутреннее давление на бандаж, действующее на его срединную поверхность. После установки бандажа, выражение (1) можно представить следующим

$$\text{образом: } |P_{*o} r_o| = P_{**o} r_{*o}, \text{ откуда } P_{**o} = |P_{*o}| \frac{r_o}{r_{*o}}. \text{ Вообще давления } P_* \text{ и } P_{**}$$

противоположны по направлению, но в дальнейшем будем брать их абсолютные значения. Для текущих размеров соответственно имеем:

$$P_{**} = P_* \frac{r}{r_*}. \quad (3)$$

$$\text{Следовательно, после намотки бандажа имеем: } \sigma_{to} = -\sigma_{to*} \frac{s_{o*}}{s_o} = -\frac{P_{**o} r_{*o}}{s_o} = -\frac{P_{*o} r_o}{s_o}.$$

Рассмотрим только те напряжения, которые возникают от внутреннего давления в баллоне, т.е. не учитывая первоначальных от установки бандажа. Далее σ_t, σ_z - кольцевые и

осевые напряжения в баллоне без учета предварительного натяжения бандажа, звездочкой соответственно - для бандажа. Равновесие части конструкции, рассеченной осевой плоскостью, приводит к выражению равенства сил:

$$Pr = \sigma_t s + \sigma_{t*} s_* \quad (4)$$

Расписывая сумму, имеем $Pr = (P - P_*)r + P_{**}r_*$. Подставляя сюда давление P_{**} по формуле (3), получаем тождество $Pr = Pr$. Давление P_{**} необходимо для выражения кольцевых напряжений в бандаже через радиус его срединной поверхности, (см. формулу (8)).

Из выражения (4) имеем:

$$\sigma_t = \frac{Pr - \sigma_{t*} s_*}{s}, \quad (5)$$

а поскольку $\sigma_{t*} s_* = P_{**} r_* = P_* r$ то из (5) в итоге получаем:

$$\sigma_t = \frac{r}{s} (P - P_*). \quad (6)$$

Осевые напряжения не зависят от наружного давления на баллон, и определяются по стандартной формуле:

$$\sigma_z = \frac{Pr}{2s}. \quad (7)$$

Радиальные же напряжения в баллоне сопоставимы с давлением, действующим на цилиндрическую стенку, т.е. намного меньше, чем кольцевые и осевые, поэтому согласно тонкостенной теории их не учитывают, т.е. принимают плоское напряженное состояние: $\sigma_r = 0$. Это же касается и бандажа, но для него линейное напряженное состояние, поскольку осевые напряжения также равны нулю.

Нетрудно увидеть, что кольцевые напряжения в бандаже, как для трубы без днищ под внутренним давлением, выражаются следующим образом:

$$\sigma_{t*} = \frac{P_{**} r_*}{s_*} = \frac{P_* r}{s_*}. \quad (8)$$

Совместную работу баллона и бандажа распишем, используя деформационную теорию пластичности (теорию малых упруго-пластических деформаций). Согласно ей, главные оси напряженного состояния при изменении внешних сил сохраняют свое направление, а напряжения между собой пропорциональны и возрастают пропорционально некоторому параметру, например давлению. Такой вид деформации носит название простой деформации, а нагружение - простого нагружения. В случае простого нагружения, интенсивность приращения пластических деформаций и приращение интенсивности пластических деформаций, между собой равны. Данная теория является самой простой при описании упругопластических деформаций.

Не учитывая предварительного натяжения бандажа, отношение σ_t / σ_z для баллона (см. формулы (5, 7)), как будет показано ниже, (вторая формула (20)), постоянно только в упругой области. При пластических же деформациях баллона, это отношение не постоянно и зависит от секущего модуля - E_C . Т.е. нагружение баллона за пределами упругости не является простым, и применение деформационной теории пластичности требует

дополнительного обоснования. Но в первом приближении нагружение можно считать близким к простому, и использовать зависимости деформационной теории пластичности. Как отмечается в литературе [8], в таком случае, результаты расчетов близки к наблюдаемым в эксперименте. Из положений, приведенных в [9, 10], получаем компоненты упруго-пластических деформаций (главные деформации) для баллона.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_z) + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E}\right)(\sigma_t - 0,5\sigma_z) \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_t) + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E}\right)(\sigma_z - 0,5\sigma_t) \\ \varepsilon_s &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_t + \sigma_z) - \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E}\right)\frac{(\sigma_t + \sigma_z)}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

здесь, E, μ - модуль упругости и коэффициент Пуассона материала трубы, из которой изготовлен баллон, E_C - секущий модуль, как отношение интенсивности напряжений σ_i к интенсивности деформаций ε_i по единой кривой деформирования для многоосного НДС - действительной диаграмме деформирования - σ_i, ε_i .

Как будет понятно ниже, секущий модуль лучше выражать как функцию интенсивности напряжений, т.е. $E_C = E_C(\sigma_i) = \sigma_i / \varepsilon_i$. В упругой области он равен обычному модулю упругости, и приведенные уравнения переходят в упругие решения. График зависимости секущего модуля от действительных напряжений, для материала используемой трубы приведен в [4]. Действительную диаграмму деформирования (единую кривую σ_i, ε_i) можно получить из диаграммы одноосного растяжения $\bar{\varepsilon}, \bar{\sigma}$, до момента образования шейки, по следующим зависимостям:

$$\varepsilon_i = \ln(1 + \bar{\varepsilon}), \quad \sigma_i = \bar{\sigma}(1 + \bar{\varepsilon}), \quad (10)$$

где $\bar{\varepsilon}$ - обычная продольная деформация, как удлинение Δl некоторой базы выделенной в продольном направлении образца, отнесенное к первоначальной длине этой базы l_0 , а $\bar{\sigma}$ - напряжение, как растягивающее усилие F , действующее на образец, отнесенное к первоначальной площади его рабочего поперечного сечения A_0 , т.е. $\bar{\varepsilon} = \Delta l / l_0$, $\bar{\sigma} = F / A_0$.

Модуль упругости по диаграмме растяжения и действительной диаграмме деформирования практически можно не различать. Действительные напряжения при растяжении образца определяются как растягивающее усилие, отнесенное к фактической площади поперечного сечения. Из условия сохранения объема образца, (условия несжимаемости): $\mu = 0,5$, они в итоге равны $\bar{\sigma}(1 + \bar{\varepsilon})$. Очень важно, то, что единая кривая (10) строится как для несжимаемого материала, но из нее очень легко получают соответствия между интенсивностями деформаций и напряжений при $\mu \neq 0,5$.

Интенсивность напряжений для баллона и интенсивность напряжений по действительной диаграмме деформирования одно и то же значений. Стоит заметить, что в отличие от интенсивности напряжений, интенсивности деформаций для баллона и для действительной диаграммы деформирования разные, а совпадают они только при $\mu = 0,5$.

Поэтому для баллона при $\mu \neq 0,5$ секущий модуль не расписывают как отношение. Следует заметить, что с ростом пластических деформаций коэффициент Пуассона стали стремиться к 0,5, но в уравнениях теории это не отражается. При больших пластических деформациях этим несоответствием можно пренебречь. К уравнениям (9) можно прийти, используя и классические положения, приведенные в учебниках [11 12].

Раскрывая скобки в первом выражении (9) и группируя подобные можно получить:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_z) - \frac{1}{E}(\sigma_t - 0,5\sigma_z) + \frac{1}{E_C}(\sigma_t - 0,5\sigma_z) = \frac{1}{E}((0,5 - \mu)\sigma_z) + \frac{1}{E_C}(\sigma_t - 0,5\sigma_z).$$

В условиях несжимаемости ($\mu = 0,5$) первый член исчезает. Аналогичную зависимость можно получить и для осевых деформаций.

Предварительно введя обозначение: $J = \frac{1+\mu}{E} + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E}\right)$, можно показать что

$$\varepsilon_t - \varepsilon_z = J(\sigma_t - \sigma_z), \quad \varepsilon_z - \varepsilon_s = J\sigma_z, \quad \varepsilon_s - \varepsilon_t = -J\sigma_t.$$

Расписывая интенсивность деформаций по определению: $\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_t - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_s)^2 + (\varepsilon_s - \varepsilon_t)^2}$, имеем $\varepsilon_i = \frac{2}{3} J \sigma_i$, где интенсивность напряжений берется как эквивалентное напряжение по 4-й теории прочности, гипотезе удельной потенциальной энергии изменения формы, т.е.: $\sigma_i = \sqrt{\sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_z + \sigma_z^2}$. Условно, коэффициент J можно разложить на упругую и пластическую составляющие: $J = J_y + J_p$,

где $J_p = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E}\right)$. Отсюда, при $\mu = 0,5$, следует что $J = \frac{3}{2E_C}$ и $\varepsilon_i = \sigma_i / E_C$, т.е. совпадение с действительной диаграммой деформирования, а в упругой области нагружения

соответственно: $J = J_y = \frac{1+\mu}{E}$ и $\varepsilon_i = \varepsilon_i^y = \frac{2(1+\mu)}{3E} \sigma_i$. Отсюда видно, что связь между интенсивностями напряжений и деформаций в пределах упругости: $\sigma_i = 3G\varepsilon_i$, выполняется,

[11]. Здесь для изотропного материала $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$.

Чтобы избежать путаницы, следует заметить, что некоторые авторы под интенсивностью деформаций понимают выражение: $\frac{3\varepsilon_i}{2(1+\mu)}$. Оно представляет из себя главную линейную деформацию вдоль направления растяжения образца. В таком случае коэффициентом пропорциональности между σ_i и интенсивностью деформаций выступает модуль упругости.

Подставляя напряжения из (5) и (7) в квадрат интенсивности напряжений, имеем:

$$\sigma_i^2 = \sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_z + \sigma_z^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{Pr}{s}\right)^2 - \frac{3Pr\sigma_t^* s^*}{2s^2} + \left(\frac{\sigma_t^* s^*}{s}\right)^2, \quad (11)$$

а подставляя напряжения из (6) и (7) в формулу для интенсивности напряжений получаем:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_z + \sigma_z^2} = \frac{r}{2s} \sqrt{3P^2 - 6PP_* + 4P_*^2}. \quad (12)$$

В итоге отсюда:

$$P = P_* + \sqrt{P_*^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{\sigma_i^2 s^2}{r^2} - P_*^2 \right)}. \quad (13)$$

Приравнивая интенсивность напряжений в баллоне напряжению предела пропорциональности или условному пределу текучести можно выйти на давление соответствующие этим значением. В случае отсутствия бандажа, а, следовательно, и наружного давления на баллон, осевые напряжения составляют половину от кольцевых, и интенсивность напряжения выражается следующей зависимостью: $\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_t = \frac{\sqrt{3}Pr}{2s}$.

Кольцевые деформации срединной поверхности бандажа и деформации бандажа, приведенные к срединной поверхности баллона, выражаются следующими зависимостями:

$$\varepsilon_{t*} = \sigma_{t*} / E_*, \quad \varepsilon_t = \varepsilon_{t*} \frac{r_*}{r} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} \frac{r_*}{r}. \quad (14)$$

Составим уравнение совместной деформации без учета предварительного натяжения бандажа. Приравнивая кольцевые деформации срединной поверхности баллона к кольцевым деформациям бандажа соответствующим срединной поверхности баллона, имеем:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t*} \frac{r_*}{r} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} \frac{r_*}{r} = \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_z) + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - 0,5 \sigma_z). \quad (15)$$

Подставляя в выражение (15) напряжения из формул (5, 7), и решая, получаем кольцевые напряжения в бандаже. А подставляя напряжения из (6, 7), имеем наружное давление на баллон, выраженное через внутреннее:

$$\sigma_{t*} = \frac{Pr \left(\frac{3E}{E_C} + 1 - 2\mu \right)}{\frac{r_*}{r} \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s} \frac{E}{E_C}}, \quad P_* = P \frac{\frac{r}{4s} \left(\frac{1-2\mu}{E} + \frac{3}{E_C} \right)}{\frac{r_*}{s_* E_*} + \frac{r}{s E_C}}. \quad (16)$$

В упругой области ($E_C = E$) соответственно имеем:

$$\sigma_{t*} = \frac{Pr(1-0,5\mu)}{\frac{r_*}{r} \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s}}, \quad P_{*y} = P \frac{r(2-\mu)s_* E_*}{2(r_* s E + r s_* E_*)}. \quad (17)$$

В упругой области кольцевые напряжения в бандаже и наружное давление на баллон прямо пропорционально внутреннему давлению.

Выражения (16) решаются методом пошагового движения по действительной диаграмме деформирования заданной точечными значениями. Чем чаще заданы точки диаграммы, тем меньше шаг и точнее расчет. В результате мы получаем зависимости которые можно представлять графически.

Для бандажа, под воздействием внутреннего давления соответственно имеем:

$$\varepsilon_{t*} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} = \frac{r_* P_{**}}{s_* E_*} = \frac{r P_*}{s_* E_*}, \varepsilon_{s*} = - \left(\frac{2\mu_* \sigma_{t*}}{E_*} + \varepsilon_z \right), \varepsilon_{z*} = \varepsilon_z. \quad (18)$$

Третье выражение (18) означает, что бандаж в осевом направлении не воспринимает напряжений и деформируется вслед за баллоном. Вывод второго выражения см. ниже, формула (21).

Рассмотрим i -ый шаг, задаваемый текущей точкой действительной диаграммы деформирования. Из первого выражения (18) следует $P_* = \frac{\sigma_{t*} s_*}{r}$. Здесь все составляющие принадлежат i -му шагу. Затем из выражения (13) находим внутреннее давление P . Значения r и s берем из предыдущего шага, все остальные из текущего. По значениям i -того шага напряжения в баллоне находим по формулам (6, 7). В соответствии с формулами (9), где секущий модуль берем из текущего, а напряжения из предыдущего шага, определяем деформации. В соответствии с формулами (19, 21), см. ниже, определяем текущие геометрические размеры. По формулам (6, 7) определяем напряжения. Кольцевые напряжения в бандаже определяем по зависимости (16), где секущий модуль берем из текущего, а все остальные составляющие из предыдущего шага. Далее по (18) находим кольцевые деформации бандажа. Секущий модуль можно брать непосредственно как отношение σ_i / ε_i действительной диаграммы деформирования.

Проверку можно выполнить по выражениям (11), или (12). Расчетная интенсивность напряжений должна практически совпадать с заданной по действительной диаграмме деформирования. Чем меньше шаг, тем разница между значениями будет меньше. Возможны и другие алгоритмы расчета, не приводящие к заикливаниям. При задании действительной диаграммы деформирования малым количеством точек, в каждой из них расчет проводят несколько раз, пока не будет наблюдаться сходимости результатов.

Расчет можно проводить и просто для «одной» точки, определяемой например, внутренним давлением. По действительной диаграмме деформирования, задаваясь некой интенсивностью напряжений и секущим модулем ей соответствующей, производят расчет. В расчете постоянно корректируют текущие геометрические параметры до их сходимости. В итоге получают расчетную интенсивность напряжений. Она может очень сильно отличаться от задаваемой. Затем задаваемая величина немного изменяется в сторону расчетной (естественно и изменяется секущий модуль). Расчет повторяется. Итак, несколько раз. Расчетная интенсивность в итоге должна быть очень близка к задаваемой. Если на каждой итерации в качестве задаваемой брать интенсивность близкую к расчетной, (близкую, потому что у нас ограниченное количество точек действительной диаграммы деформирования), то процесс может вообще не сходиться.

Текущие размеры и их отношение выражается через первоначальные следующим образом:

$$r = r_0 e^{\varepsilon_t}, \quad s = s_0 e^{\varepsilon_s}, \quad \frac{r}{s} = \frac{r_0 e^{\varepsilon_t}}{s_0 e^{\varepsilon_s}} = \frac{r_0}{s_0} e^{(\varepsilon_t - \varepsilon_s)} = \frac{r_0}{s_0} e^{J\sigma_t}, \quad (19)$$

аналогичным образом выражается и текущие длина баллона, и толщина бандажа.

Подставляя кольцевые напряжения бандажа, первая формула (16), в первое выражение (18), получаем кольцевые деформации срединной поверхности бандажа. Далее умножая их

на коэффициент r_*/r , получаем тоже, но для баллона. Затем устремляя толщину стенки

бандажа или его модуль упругости, а можно то и другое к нулю имеем: $\varepsilon_t = \frac{Pr}{4s} \left(\frac{1-2\mu}{E} + \frac{3}{E_C} \right)$.

Мы пришли к выражению кольцевых деформаций баллона без бандажа. Это выражение получается при решении задачи пластического деформирования цилиндрического тонкостенного стального баллона, подробнее см. в [3]. В такой постановке, наружное давление на баллон, см. вторую формулу (16), получается равным нулю.

Беря из выражений (5, 7) отношение кольцевых напряжений к осевым, подставляя туда кольцевые напряжения для бандажа из (16), получаем в общем виде и для упругой области следующее:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_z} = 2 - \frac{\frac{s_* \left(\frac{3E}{E_C} + 1 - 2\mu \right)}{2s}}{\frac{r_* \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_* \cdot E}{s}}{r \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s}}}, \quad \frac{\sigma_t}{\sigma_z} = 2 - \frac{\frac{s_* (2-\mu)}{s}}{\frac{r_* \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s}}{r \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s}}}. \quad (20)$$

В упругой области, вместо текущих размеров беря первоначальные, видно, что отношение напряжений постоянная величина. Из формул (6, 7) также можно получить отношение

напряжений, но через давления: $\frac{\sigma_t}{\sigma_z} = 2 \left(1 - \frac{P_*}{P} \right)$.

Если бы бандаж не был установлен на баллон, а рассматривался отдельно, то при воздействии на него внутреннего давления, осевые деформации равнялись бы деформациям

по толщине стенки: $\varepsilon_{z*} = \varepsilon_{s*} = -\frac{P_{**} r_* \mu_*}{s_* E_*} = -\frac{\sigma_{t*} \mu_*}{E_*}$. Т.е. как для трубы без днищ нагружаемой

давлением изнутри. Упругое изменение его объема в таком случае составило бы:

$\varepsilon_{V*} = \varepsilon_{t*} + \varepsilon_{z*} + \varepsilon_{s*} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} - \frac{2\mu_* \sigma_{t*}}{E_*} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} (1 - 2\mu_*)$, фактическое же упругое изменение объема

составит $\frac{\sigma_{t*}}{E_*} + \varepsilon_{s*} + \varepsilon_z$. Поскольку нагрузки не меняются, то эти два изменения объема

между собой равны. Отсюда

$$\varepsilon_{s*} = \frac{\sigma_{t*}}{E_*} (1 - 2\mu_*) - \frac{\sigma_{t*}}{E_*} - \varepsilon_z = - \left(\frac{2\mu_* \sigma_{t*}}{E_*} + \varepsilon_z \right). \quad (21)$$

Положение о сохранении объема можно проследить на примере пучка из проволоки при условии постоянного касания отдельных проволочек друг друга. При растяжении пучка, (вдоль «волокон»), диаметр каждой проволоки уменьшается, что влечет уменьшение поперечного сечения во всех направлениях в равной степени. В последствии, при растаскивании проволочек в каком то одном направлении, в противоположном, пучок продолжит уменьшаться в размерах, но площадь поперечного сечения уже изменяться не будет.

С точки зрения безопасности при нагружениях давлением за пределы упругости, определение деформаций при испытаниях, осуществляется только после сброса внутреннего давления. Деформации, (в нашем случае остаточные), определяются через изменение линейных размеров, будь то периметры или выделенные отрезки вдоль оси. Поэтому для сопоставления расчетных и полученных при испытании результатов нам необходимо аналитически получить остаточные деформации - полные за вычетом упругих.

Произведем разгрузку от некоего давления P , и от тех значений геометрических параметров, которые получились после пластических деформаций баллона. Разгрузка естественно упругая. На баллон действовало общее давление $P - P_*$, оно положительное, поскольку $P > P_*$. После сброса внутреннего давления, на баллон будет действовать только наружное (отрицательное) давление $P_* - P_{*y}$, где P_{*y} определяется по второй формуле (17). Т.е. изменение давления составит $P - P_* + P_* - P_{*y} = P - P_{*y}$. При этом из условия равенства по модулю остаточных усилий, будет выполняться равенство произведений напряжений на толщины стенок. Остаточные кольцевые деформации в бандаже можно найти, воспользовавшись первой формулой (18), т.е.

$$\varepsilon_{t*ocm} = \frac{\sigma_{t*ocm}}{E_*} = \frac{r(P_* - P_{*y})}{s_* E_*}, \text{ или } \varepsilon_{t*ocm} = \varepsilon_{t*} - \frac{P_{*y} r}{s_* E_*}.$$

После сброса внутреннего давления, остаточные кольцевые деформации в баллоне составят:

$$\varepsilon_{tocm1} = \varepsilon_t - \frac{1}{E} \left(\frac{r}{s} (P - P_{*y}) - \mu \frac{Pr}{2s} \right) = \varepsilon_t - \frac{r}{Es} \left(P - P_{*y} - \mu \frac{P}{2} \right).$$

Выражая по второй формуле (17) P через P_{*y} , имеем $\varepsilon_{tocm1} = \varepsilon_t - \frac{P_{*y} r_*}{s_* E_*}$.

Здесь ε_t - кольцевые деформации баллона под нагрузкой.

При этом упруго сбрасываемые и остаточные кольцевые деформации в баллоне и бандаже будут соотноситься между собой также по второй формуле (14).

После снятия бандажа, наружное давление на баллон еще уменьшится на величину $P_* - P_{*y}$, т.е. станет равно нулю. В итоге:

$$\varepsilon_{tocm2} = \varepsilon_t - \frac{1}{E} \left(\frac{r}{s} (P - P_*) - \mu \frac{Pr}{2s} \right) = \varepsilon_t - \frac{r}{Es} \left(P - P_* - \mu \frac{P}{2} \right).$$

Что также понятно из условия полного сброса всякого давления на баллон.

Аналогично: $\varepsilon_{zocm2} = \varepsilon_z - \frac{\sigma_z}{E} + \frac{\mu r}{Es} (P - P_*)$.

Рассмотренная задача совместного деформирования вплоть до разрушения является в принципе простой, поскольку зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций для бандажа задана только его модулем упругости, т.е. числом. При упругопластическом бандаже, например из стальной проволоки, задачу пришлось бы решать, используя две действительных диаграммы деформирования.

2. Расчет механических свойств бандажа через свойства ровинга в составе с эпоксидным связующим.

Имея действительную диаграмму деформирования материала трубы, из которой изготавливался баллон и свойства ровинга в составе с эпоксидным связующим, проектирование бандажа заключалось только в расчете необходимого количества слоев. Шаг укладки витков вдоль оси баллона предварительно был задан по технологическим причинам. Предполагалось, чтобы разрушение конструкции произошло в интервале давлений 38...50 МПа. Минимальное давление задавалось таким, чтобы более отчетливо увидеть разницу с результатами испытаний образца без бандажа (П1), и избежать двойных толкований. Предельное давление, которое выдержал образец П1, составило 27,59 МПа. Максимальное давление должно быть намного ниже давления отрыва неукрепленных, приварных днищ, в противном случае бандаж не достиг бы своего предельного состояния. Предпочтение отдавалось нижней границе интервала. Намотка бандажа на баллон осуществлялась после определения необходимого количества слоев. При формировании бандажа использовался ровинг из стекловолокна, смачиваемый в эпоксидном связующем горячего затвердевания.

При изготовлении образцов для испытаний композиционного материала на растяжение вдоль волокон и при намотке ровинга на баллон, плотность укладки может оказаться вообще-то различной, (что, между прочим, так и оказалось). В таком случае механические свойства материала бандажа целесообразно рассчитывать через свойства одного ровинга в составе с эпоксидным связующим - нитевидная модель. См. ниже. Определять свойства ровинга можно и используя понятия микропластика.

При расчете механических свойств и толщины стенки бандажа целесообразно за основные параметры брать число слоев бандажа - n , шаг вдоль ось баллона при намотке витков - Δl и предварительное усилие натяжения ровинга при намотке - N_0 . После намотки ровинга и полимеризации эпоксидного связующего, через разницу периметров бандажа и баллона определяется фактически полученная толщина стенки бандажа - s_{0*} . Отсюда,

толщина одного слоя бандажа $\Delta r = \frac{s_{0*}}{n}$, а площадь, приходящаяся на один ровинг в составе бандажа $A_1 = \Delta l \cdot \Delta r$.

Зная максимальное усилие, которое может выдержать ровинг при растяжении в составе с эпоксидным связующим - $F_{1\max}$, временное сопротивление бандажа можно выразить следующим образом $\bar{\sigma}_B = F_{1\max} / A_{10}$.

Материал бандажа в нашем случае является упругим вплоть до разрушения, т.е. усилие F_1 , приходящееся на один ровинг пропорционально деформации $\bar{e} = \Delta l / l_0$.

Поэтому вводя параметр упругости одного ровинга в составе композиционного материала:

$\bar{E}_1 = \frac{F_1}{e}$, который определяется по результатам испытаний материала, из которого изготавливается бандаж, можно определить модуль упругости вдоль волокон фактически установленного бандажа $\bar{E}_* = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{e}} = \frac{F_1}{A_{10} \bar{e}} = \frac{\bar{E}_1}{A_{10}}$. Также при испытаниях материала

устанавливается предельная деформация, вдоль волокон, после которой происходит

разрушение - $\bar{\epsilon}_B$. Это уместно при материале линейно-упругом вплоть до разрушения. Т.е. $\bar{\epsilon}_B$ соответствует $F_{1\max}$ и в итоге $\bar{\sigma}_B$. Понятно, что механические свойства бандажа зависят от свойства ровинга в составе эпоксидного связующего, и параметров его укладки. Стоит отметить, что линейная упругость вплоть до разрушения имеет место только для композита, даже если он представлен в виде микропластика. При растяжении же одиночного ровинга, зависимость усилия на него приходящегося от деформаций, не является линейной. А после достижения максимума, растягивающее усилие начинает снижаться практически до нуля, но деформации при этом продолжаются.

По результатам испытания материала бандажа получены следующие данные: $\bar{\epsilon}_B=0,014$, $F_{1\max}=622,9 \text{ Н}$, $\bar{E}_1=F_{1\max}/\bar{\epsilon}_B=44493 \text{ Н}$, коэффициент Пуассона 0,17. После укладки и полимеризации бандажа имеем: $n=8$, $\Delta l=2,36 \text{ мм}$, $N_o=41 \text{ Н}$, $s_{o*}=2,55 \text{ мм}$. Отсюда $\Delta r=0,315 \text{ мм}$, $A_{1o}=0,7434 \text{ мм}^2$, $\bar{\sigma}_B=837,91 \text{ МПа}$ и $\bar{E}_*=59851 \text{ МПа}$. Из бандажа, после его полимеризации и до гидравлических испытаний образца было вырезано узкое кольцо для проверки механических свойств полученного материала. Результаты испытаний образцов на растяжение, изготовленных из этого кольца, совпадают с расчетными. Подробное описание испытаний материала композиционного бандажа планируется изложить в следующих работах. Можно предположить, что нитевидная модель может быть принята и в случае укладки витков бандажа не под 90 градусов к оси баллона. Тоже можно предположить и когда углы отличаются от слоя к слою. Это имеет место при расчете композиционных баллонов.

Поскольку в нашем расчете используются логарифмические деформации и действительные напряжения, то входящие параметры для определения свойств бандажа следовало бы также брать в этих «координатах». Но поскольку коэффициент Пуассона и предельные деформации незначительны, то результаты не будут существенно отличаться. И в силу того что результаты испытания материала имеют значительный разброс, то предельную деформацию, временное сопротивление и модуль упругости можно оставить в нашем случае без пересчета, не внося значимой ошибки. Т.е. $\epsilon_{B*}=0,014$, $\sigma_{B*}=837,91 \text{ МПа}$, $E_*=59851 \text{ МПа}$. Это же касается и площади, приходящейся на один ровинг в составе бандажа $A_1=0,7434 \text{ мм}^2$.

При намотке ровинга, принимая баллон жестким, можно оценить первоначальные напряжения в бандаже $\sigma_{to*}=N_o/A_1=55,15 \text{ МПа}$, и первоначальные деформации

$\epsilon_{to*}=\frac{\sigma_{to*}}{E_*}=0,000921$. В баллоне отсюда кольцевые напряжения составят

$\sigma_{to}=-\sigma_{to*}\frac{s_{o*}}{s_o}=-55,15 \times \frac{2,52}{6}=-23,16 \text{ МПа}$, а кольцевые деформации соответственно

практически в 8 раз по модулю меньше чем для бандажа, что в принципе никак не повлияет на процесс пластических деформаций баллона под внутренним давлением. Предварительное давление бандажа, отнесенное к срединной поверхности трубы, по модулю составит

$P_{*o}=\frac{\sigma_{to*}s_{o*}}{r_o}=1,3 \text{ МПа}$. Конечно же, при больших усилиях предварительного натяжения и

незначительных площадях A_1 , все это необходимо учитывать, и к тому же, при незначительных радиальных деформациях баллона, при намотке ровинга, предварительные напряжения в бандаже будут ниже расчетных. Также стоит иметь в виду, что первоначальное усилие натяжения от слоя к слою может изменяться по некоторому закону, чаще линейному.

3. Результаты расчета и сравнение их с испытаниями натурного образца. Анализ.

Нагружение образца внутренним давлением производилось этапами. Максимальное давление каждого последующего этапа превосходило максимальное давление предыдущего. Затем оно сбрасывалось до нуля. До установки бандаж, образец нагружался в водяной рубашке (ВР) до давления начала текучести, см. ниже, Затем на него наклеивались тензорезисторы и нагружения повторились уже вне ВР и только в области упругих деформаций. После установки бандаж и установке на него тензорезисторов, упругие нагружения опять повторились. После этого образец опять был помещен в ВР. Последние этапы нагружения и разрушение с целью сохранности осуществлялись уже вне ВР.

Нагружения в водяной рубашке позволяют определять изменение наружного объема образца под давлением. А в случае пластических деформаций на этапе, и то изменение, на которое объем не вернулся в первоначальное состояние после сброса нагрузки. Полные деформации определяются с учетом остаточных, полученных на предыдущих этапах.

Как показывают дополнительные исследования [4], если упругим деформациям соответствует средняя толщина стенки, то пластическим - значение на 1,5...2,5 стандартных отклонения меньше средней. Это объясняется тем, что более тонкая часть стенки претерпевает большие пластические деформации. Поскольку выбранная для изготовления натуральных образцов труба имеет большую степень разнотолщинности, что обусловлено горячекатаной технологией ее производства, то эта особенность заметна, например, при испытаниях образца моделирующей трубу в состоянии заводской поставки (II). Номинальная толщина стенки (6 мм.) попадает в этот интервал, поэтому в расчетах берем именно ее. Тем более что эта толщина подтвердила себя при испытаниях образца II. Условие тонкостенности конструкции выполняется даже с учетом толщины стенки бандаж. Стоит отметить, что при изменении расчетной толщины стенки на некоторую относительную величину, расчетное предельное давление изменится, но немного в меньшей степени, см. например формулу (16).

На нижеприведенных рисунках указаны следующие давления:

$\{P_T\}$ - давление начала текучести, определенное по водяной рубашке (объем образца уже перестает возвращаться в исходное состояние); P_T - давление текучести, определенное как точка отчетливого перелома диаграммы нагружения образца внутренним давлением во времени; P_B - максимальное давление, которое выдержал образец.

Давление $\{P_T\}$ близко к давлению, когда интенсивность напряжений в баллоне достигает предела пропорциональности, а давление P_T - условного предела текучести. После достижения максимума, несмотря на то, что нагружение продолжалось с той же скоростью, давление стало снижаться, и разрушение произошло при давлении

$\{P_B\}=33,87 \text{ МПа}$. Во время снижения давления, в том месте, где было вырезано из банджа кольцо, происходило увеличение диаметра трубы (выпучивание), сопровождающееся разрушением близ лежащих волокон банджа. Разрушение конструкции произошло вследствие разгерметизации баллона в том же месте. Линия разгерметизации незначительна по длине и расположена вдоль оси. В местах несколько отдаленных от места разрушения, бандаж сохранил кольцевую целостность. По всей вероятности, если бы кольцо не было вырезано, то максимальное давление не было бы особо превышено, поскольку, судя по остаточным деформациям бандаж, практически полностью реализовал свою несущую способность и весь находился на грани разрушения. К тому же существует мнение, что вырезка узких колец не снижает предельного давления. Для сравнения соответствующие давления при испытании образца моделирующего трубу в состоянии заводской поставки (II) составили: $\{P_T\}=10,43$, $P_T=20$, $P_B=27,59$, $\{P_B\}=27,44 \text{ МПа}$, соответственно.

Графики на рисунках 1...5 приведены без учета предварительного натяжения банджа. Только некоторые зависимости параллельно указаны с этим влиянием, и они отдельно указаны. На рисунке 1 приведены расчетные и полученные при испытаниях зависимости деформаций от внутреннего давления. Кольцевые деформации, полученные при испытаниях, определены через средние значения изменений наружных периметров определяемых в трех сечениях, после того как образец испытывался уже вне ВР. Естественно они немногим меньше чем деформации срединных поверхностей. Но в силу того что они имеют между собой большой разброс, то всего этого можно и не учитывать.

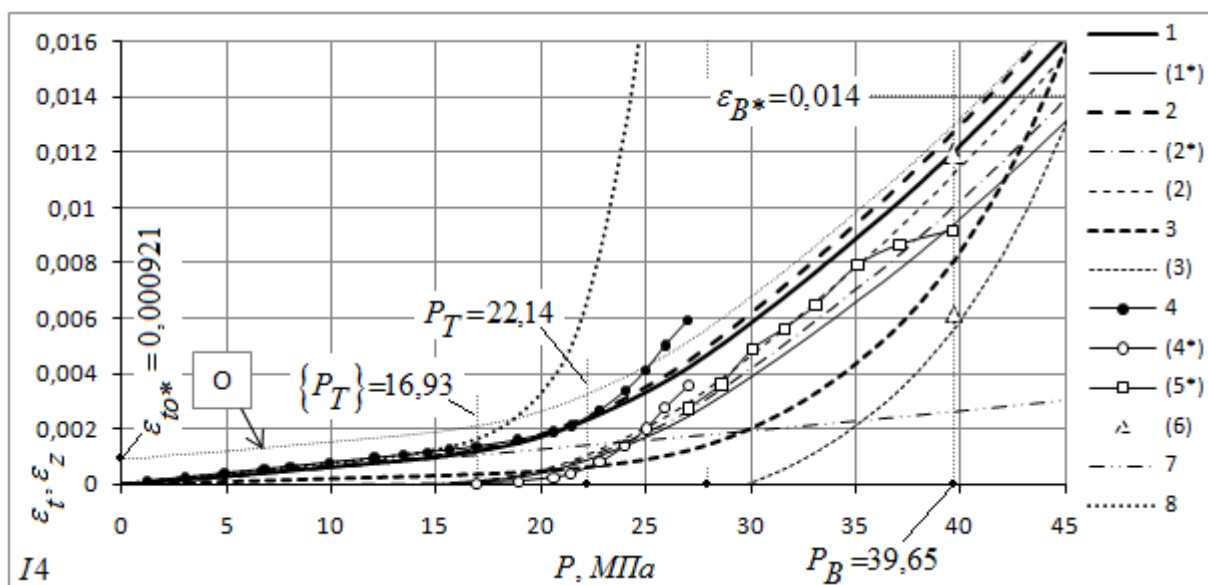


Рис. 1. Зависимость деформаций от внутреннего давления:

1, 2 - кольцевые в бандже и баллоне; 3 - осевые в баллоне; 4 - кольцевые, определенные через изменение объема в ВР; в скобках со звездочкой указаны остаточные деформации после разгрузки, а без звездочки - после срезания банджа; (5*) - деформации банджа определенные через изменение периметров; (6) - остаточные кольцевые и осевые для баллона; 7 - кольцевые упругие в бандже; 8 - кольцевые для баллона в предположении отсутствия банджа. Значения 4, (4*), (5*), (6) - получены из испытаний, остальные расчетные; значком «О» - указаны кольцевые деформации в бандже, поднятые по оси ординат на величину от предварительного натяжения.

Из рисунка 1 видно, что результаты расчета близки к результатам, полученным при испытании, см кривые (1*) и (5*), а также кривые (2), (3) и точечные значения (6). Остаточные кольцевые и осевые деформации разрушенного баллона (точечные значения (6)), измеренные в не выпученном участке после срезания бандажа, составили в среднем 0,0119 и 0,0061 соответственно. Стоит отметить, что после сброса давления, наряду с остальными сечениями измерялся и периметр бандажа на границе с вырезом. Остаточные деформации до момента разрушения волокон (которые происходили на последнем этапе) такие же, как и на остальных участках (в регулярной части). Зависимости деформаций от давления близки к линейным, если не считать значений, полученных после разрушения конструкции. (См. кривую (5*) на рисунке 1). Зависимость же остаточных деформаций трубы в месте выреза от давления более крута, чем для бандажа и вплоть до предпоследнего этапа также практически линейна.

Максимальное давление для расчетной кривой 8 на рисунке 1 составляет 27,95 МПа. Кривые 4 и (4*) полученные по результатам испытаний в ВР отражают только характер зависимости кольцевых деформаций от давления, потому что рассчитывались они как для тонкостенного стального цилиндра с днищами, не создающих краевого эффекта, и при коэффициенте Пуассона равным 0,5. Кольцевые деформации рассчитывались через изменения объема по зависимости:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\Delta W}{W_0} + 1 \right), \quad (22)$$

где ΔW - изменение объема образца при нагружении его внутренним давлением, W_0 - первоначальный объем образца.

ΔW определялось посредством ВР, то есть изменение наружного объема. При определении полных кольцевых деформаций используется полное изменение объема. А в случае остаточных, соответственно, изменение объема, на которое увеличился объем образца после пластических деформаций и сброса внутреннего давления. W_0 в нашем случае равен внутреннему объему, определенному через вес заполняющей воды, равен 31800 см³.

Принятие коэффициента Пуассона равным 0,5 позволяет не учитывать секущий модуль по действительной диаграмме деформирования. Определение кольцевых деформаций композитного баллона через изменение объема, аналогично формуле (22), требует дополнительной проработки.

После установки бандажа, даже без первоначального натяжения, за счет наружного давления на баллон, кольцевые деформации в нем уменьшаются. Имея вторую формулу (9) и напряжения из формул (6, 7) видно, что в упругой области осевые деформации баллона с бандажом больше чем без бандажа. Средние значения результатов тензометрирования в упругой области отражают тенденцию и близки с результатами расчета. Показания кольцевых тензорезисторов имеют большой разброс от своего среднего значения в следствии неидеальной формы баллона. При сбросе давления показания всех тензорезисторов возвращались в ноль, (естественно в упругой области), что свидетельствует о совместной работе бандажа и баллона. Также стоит отметить, что после установки бандажа, жесткость, связанная с изменением объема баллона, немного увеличилась.

В подтверждение расчетной модели можно отметить еще один результат при испытании образца моделирующего отремонтированный участок трубопровода (I3). На образец с дефектом устанавливался бандаж с целью восстановления несущей способности. Бандаж изготавливался из того же композитного материала с небольшим перекрытием дефекта в

осевом направлении баллона. Количество слоев было в 2 раза больше, и расчетные механические свойства были несколько иные. После разрушения образца в не отремонтированном участке, бандаж был срезан. Остаточные кольцевые деформации наружной поверхности баллона покрываемой бандажом, но вне дефекта, составили 0,00187, и 0,00216 соответственно по разные стороны дефекта. При этом остаточные кольцевые деформации срединной поверхности баллона, полученные в результате расчета, составили: $\varepsilon_{\text{ост}2} = 0,00205$.

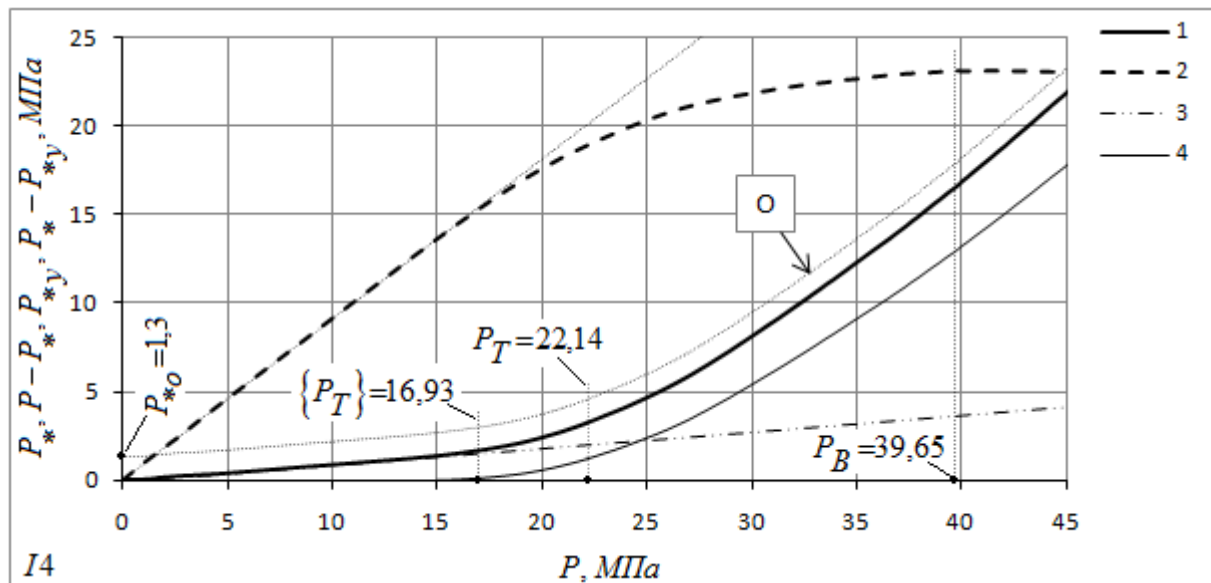


Рис. 2. Расчетные зависимости давлений связанных с давлением между баллоном и бандажом от внутреннего давления:

1 - давление между баллоном и бандажом (P_*); 2 - давление на цилиндрическую часть баллона ($P - P_*$); 3 - давление между баллоном и бандажом, которое сбрасывается упруго P_{*y} ; 4 - остаточное давление между баллоном и бандажом ($P_* - P_{*y}$); «O» аналогично рис. 1, но для давления P_* . Тонкая едва заметная линия вдоль начального участка кривой 2 - прямая.

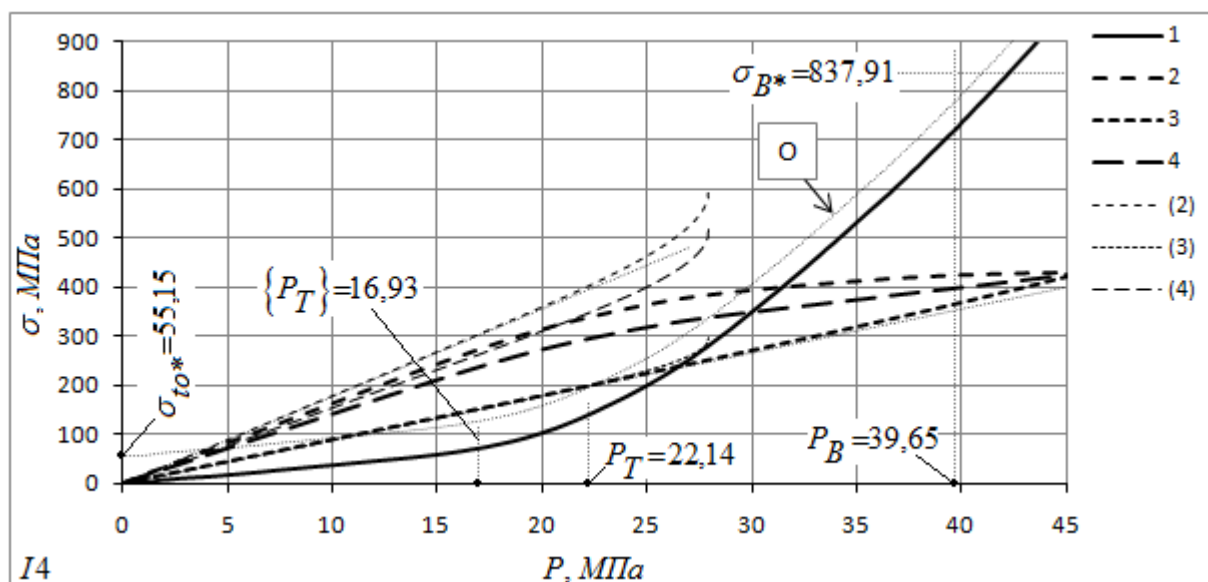


Рис. 3. Зависимости расчетных напряжений в баллоне и бандаже образца I4 от внутреннего давления:

1, 2 - кольцевые в бандаже и баллоне; 3, 4 - осевые и интенсивность в баллоне; в скобках указаны соответствующие значения в предположении отсутствия бандажа; «O» аналогично рис. 1, но для кольцевых напряжений в бандаже. Тонкие едва заметные линии вдоль некоторых зависимостей - прямые линии.

Поскольку кольцевые напряжения в баллоне без бандажа составляют Pr/s , то подставляя наружное давление на баллон из формулы (17) в формулу (6), можно выйти на коэффициент снижения кольцевых напряжений в упругой области: $\frac{r_*sE+0,5\cdot\mu r s_*E_*}{r_*sE+r s_*E_*}$.

Естественно без учета предварительного натяжения бандажа. Для образца I4 он составляет 0,91. Что же касается коэффициента снижения интенсивности напряжений в баллоне после установки бандажа, то его формула немного сложнее, но сам результат практически не отличается. Кольцевые деформации в баллоне после установки бандажа, также без учета предварительного его натяжения, уменьшатся на величину $P_{*y}r/(sE)$, где P_{*y} по второй формуле (17).

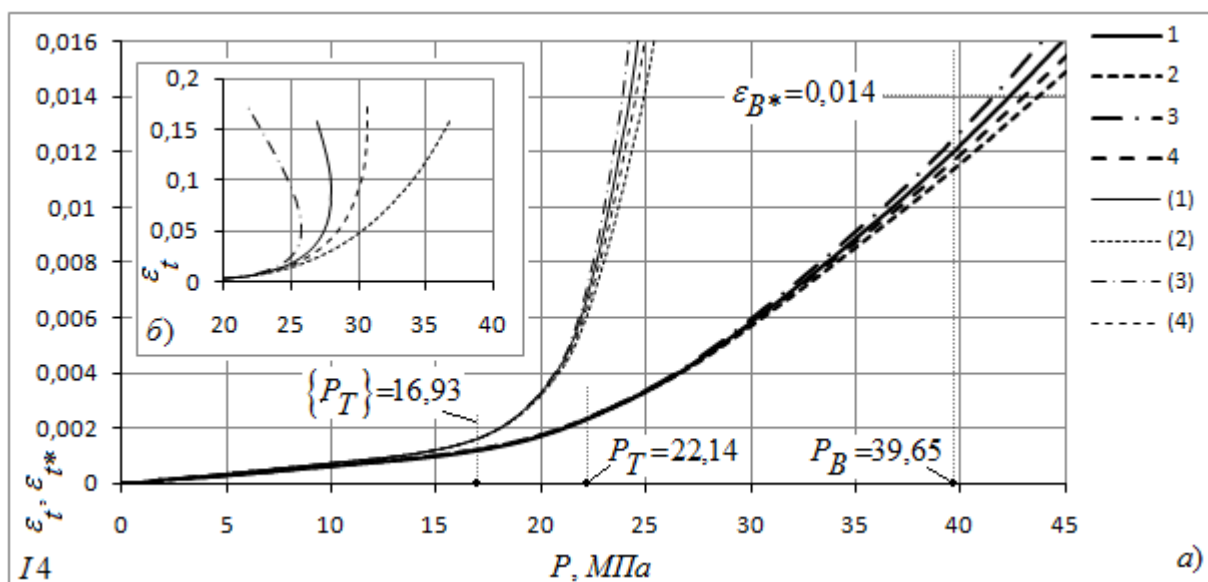


Рис. 4. Расчетные зависимости кольцевых деформаций от внутреннего давления: 1, 2 - с учетом и без учета изменения размеров, по действительной диаграмме деформирования; 3, 4 - тоже, но по диаграмме растяжения; в скобках (тонкими линиями) указаны кривые в случае отсутствия бандажа.

Кривая (1) на рисунке 4 то же самое, что и кривая 8 на рисунке 1. Результаты испытания образца моделирующего трубу в состоянии поставки (П1) близки к этой кривой, [4]. При уменьшении толщины стенки или модуля упругости бандажа, кривые 1...3 на рисунке 4, приближаются к соответствующим кривым в указанных скобках - расчетным кривым для тонкостенной трубы с днищами тех же размеров что и баллон, на рисунке 4б они приведены при больших деформациях. При малых деформациях расчетные значения 1, 2, 3 мало отличаются друг от друга. С ростом деформаций или уменьшением жесткости бандажа различия увеличиваются. Кривая 3, построенная по первоначальным размерам с использованием диаграммы растяжения более приближена к расчетной кривой 1 чем кривая 2 в силу того что диаграмма растяжения менее крута чем диаграмма деформирования. Отношение σ_t/σ_z для баллона, в упругой области, близко к постоянному, а в пластической - уменьшается с ростом внутреннего давления практически линейно. Приведенные на рисунках 1...4 результаты расчета практически не зависят от коэффициента Пуассона бандажа. Это же касается и рисунка 5, см. ниже.

С ростом внутреннего давления, в цилиндрической стенке баллона увеличивается интенсивность напряжений. При определенных давлениях она достигнет условного предела текучести - σ_{i02} . (Это давление можно обозначить как P_{02}). Установка бандажа, даже без предварительного натяжения, немного увеличивает это давление по приближенным оценкам на такую величину, чтобы разница между давлением текучести и наружным давлением была равна давлению текучести баллона без бандажа. Создание предварительного натяжения в бандаже, еще увеличивает это давление на величину близкую к первоначальному давлению между баллоном и бандажом. Более точные расчеты проводятся по формуле (12).

С увеличением количества слоев бандажа, интенсивность напряжений в баллоне, достигает предела пропорциональности и условного предела текучести при больших давлениях в баллоне. Это же касается и предельных кольцевых деформаций в бандаже. Соответствующие расчетные зависимости без учета предварительного натяжения бандажа

приведены на рисунке 5 линиями Ц, Т и Б. Зависимость предельного для бандажа давления в баллоне, а следовательно и для конструкции в целом, более крута и менее линейна по сравнению с достижением предела пропорциональности и условного предела текучести в стенке баллона. Каждый последующий слой увеличивает предельное давление, но на меньшую величину, чем предыдущий.

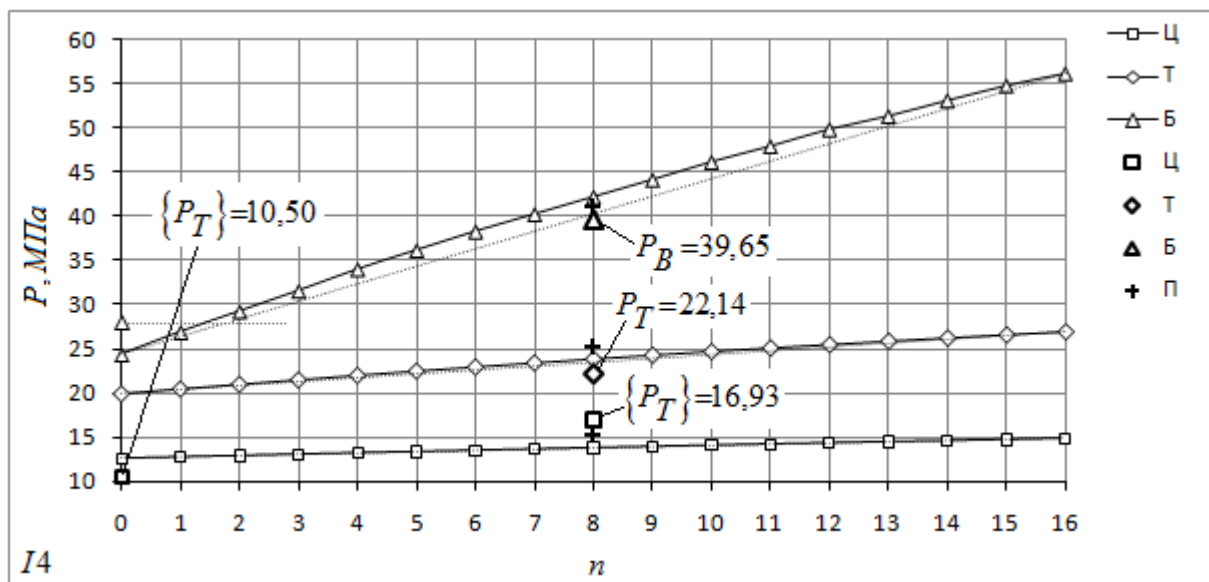


Рис. 5. Расчетные зависимости определяющих давлений от количества слоев бандажа: Линии Ц, Т - интенсивность напряжений в стенке баллона достигает предела пропорциональности и условного предела текучести соответственно; линия Б - кольцевые деформации в бандаже достигают предельных. Жирными маркерами обозначены экспериментальные данные соответствующие соответственно Ц, Т и Б. П - расчетные данные с учетом предварительного натяжения бандажа.

Примечание: Жирный маркер Ц слева - для баллона, до установки на него бандажа. Далее он вынимался из водяной рубашки и на него наматывался бандаж. Отдельный маркер Б слева - расчетное максимальное давление для образца I4 без бандажа - 27,95 МПа, (то же что и для кривой 8 на рисунке 1). Крайние левые точки линий Ц и Т - расчетные значения образца без бандажа. Тонкие, едва заметные прямые линии соединяют значения линий Ц, Т, и Б соответствующих отсутствию бандажа и количеству слоев равных 16, (число 16 выбрано условно). Эти линии приведены для того, чтобы увидеть отклонения от линейности.

Предварительное натяжение бандажа незначительно уменьшает предельное давление, поэтому линия Б на рисунке 5 служила именно той зависимостью, с помощью которой назначалось количество слоев бандажа для образца I4. Что же касается предела пропорциональности и условного предела текучести, то предварительное натяжение бандажа увеличивает эти значения, причем первое в большей степени. При укреплении днищ эти увеличения были бы еще большими.

Из рисунка 5 видно, что при толщине бандажа в 1 или даже в 2 слоя, он разрушился бы при более низких давлениях, чем сам баллон. Например, на образце I3, помимо основного бандажа, располагаемого в центре, ближе к краям были намотаны узкие, в виде полосок, бандажи по 2 слоя каждый. Разрушение этих полосок произошло при давлениях 22,7...24,8 МПа. Максимальное же давление в образце составило 29,06 МПа.

В расчетах материал баллона предполагается изотропным и определяется действительной диаграммой деформирования построенной по диаграмме одноосного растяжения образца вырезанного, в каком либо одном направлении, мы приняли в кольцевом. Но действительную диаграмму деформирования, используемую в расчетах, можно построить и по диаграмме растяжения образца, вырезанного в осевом направлении трубы, из которой изготовлен баллон. Эта диаграмма, в отличие от используемой нами диаграммы кольцевого направления, имеет площадку текучести. Результаты расчетов, аналогичные приведенным на рисунках выше, имеют более выраженный переход между упругой и пластической областью баллона и не в полной мере отражает тенденцию результатов испытаний. Варьирование расчетной толщиной стенки баллона также не дает желаемого сопряжения результатов с данными полученными при испытаниях.

Если рассматривать случай, когда бандаж устанавливается при не нулевом давлении в баллоне, то при сбросе давления, напряжения в бандаже будут уменьшаться, и при недостаточном натяжении бандажа и плохой адгезии, между баллоном и бандажом может образоваться зазор. Поэтому предварительное натяжение бандажа должно быть таким, чтобы этого не происходило. Пересчитывая параметры натяжения бандажа на нулевое внутреннее давление в баллоне, расчетная схема не меняется. При нагружении давлением, при котором производилась установка бандажа, будем получать те параметры, которые были при установке.

Следует отметить, что после извлечения образца из ВР, что соответствовало давлению нагружения 27 МПа, были обнаружены слабые кольцевые трещины по всему бандажу. При дальнейших нагружениях бандаж издавал треск, что обуславливается, по всей вероятности, осевыми деформациями, разрушающими эпоксидное связующее, т.к. кольцевой целостности бандажа не нарушалось вплоть до давлений близких к предельному. Последнее относится к зоне выпучивания. В регулярной части кольцевая целостность бандажа сохранилась и после разрушения конструкции.

Намотка ровинга под 90 градусов к оси баллона не влияет на его (баллона) осевые напряжения, а осевые деформации в упругой области увеличиваются незначительно. Намотка под меньшими углами будет несколько снижать их, за счет того что бандаж будет брать на себя часть осевой нагрузки, но при условии достаточной адгезии между баллоном и бандажом. Это же касается и использования вместо ровинга, ткани или жгута. При изготовлении же металлокомпозитных баллонов обмотке подвергаются и днище с горловиной, укладка на них производится по геодезическим линиям совместно с обмоткой цилиндрической части. При изготовлении металлокомпозитных баллонов, внутреннюю часть целесообразно брать из стали обладающей большими пластическими свойствами и делать ее весьма тонкой - основная ее роль это служить оправкой при намотке, обеспечение формы, и герметичности. А также гасить возможные удары. Но толщина должна быть достаточной, чтобы не потерять устойчивости от наружного давления даже после пластических деформаций. В таком ключе вопрос адгезии для металлокомпозитных баллонов может вообще не рассматриваться. Основную часть нагрузки должен брать на себя обмоточный материал, (кокон).

Если при составлении уравнения совместности деформаций учитывать влияние предварительного натяжения бандажа, и соответственно, деформации, получаемые при этом, то окажется, что с ростом пластических деформаций влияние предварительного натяжения уменьшается, т.е. правая часть графиков поднимается на меньшую величину, чем левая.

Совместную работу баллона и бандаж можно расписать и по теории пластического течения, которая используется в тех случаях, когда нагружение не является простым. Результаты решения по этой теории практически совпадают с результатами решения по деформационной теории пластичности.

Варианты достижения предельного состояния баллона с бандажом.

1. В случае незначительной толщины бандаж предельные деформации в нем могут возникнуть при давлениях ниже, чем максимальное давление, которое может выдержать баллон без бандаж. В таком случае, после разрушения бандаж, баллон продолжит деформироваться вплоть до своего предельного состояния уже самостоятельно.
2. Если толщина бандаж окажется такой, что предельные деформации в нем будут при давлении значительно превышающим предельное давление баллона без бандаж, то разрушение бандаж повлечет за собой так же и разрушение баллона.
3. Если предположить, что предельные деформации бандаж больше предельных кольцевых деформаций баллона, то первым всегда будет разрушаться баллон.
4. При тонкой цилиндрической части баллона и значительном наружном давлении, баллон может потерять устойчивость. Если это произойдет не сразу после намотки бандаж, то может произойти после пластических деформаций и сбросе давления в баллоне.
5. При очень значительной толщине бандаж разрушение конструкции будет происходить вследствие отрыва днищ у баллона или поперечного его разрушения. При этом остаточные пластические деформации в осевом направлении не будут равны нулю. Последнее имеет место и для пунктов 2, 3, 4.

Все вышеуказанные пункты, за исключением последнего, также будут справедливы и для металлокомпозитных баллонов с укрепленными днищем и горловиной.

После введения некоторых положений, приведенная задача может служить для расчета поврежденного ЭКИ участка трубопровода, отремонтированного с помощью композитного бандаж. Приведенные соображения также могут быть полезны и при проектировании металлокомпозитных баллонов с точки зрения оптимизации и коэффициента запаса прочности.

Работы осуществлялись в рамках проекта: Marie Curie, SP-3 People «INNOPIPES», 7-й рамочной программы ЕС, грант PIRSES-GA-2012-318874. (Seventh Framework Program, Marie Curie Actions: “Innovative nondestructive testing and advanced composite repair of pipelines with volumetric surface defects”; Acronym: INNOPIPES; Proposal Number: 318874; Grant Agreement Number: PIRSES-GA-2012-318874). Гидравлические испытания проводились в лаборатории: «Испытание давлением сварных изделий», института электросварки им. Е. О. Патона, (г. Киев). Выражается благодарность сотруднику ИЭС им. Е. О. Патона, Супруненко В. А. за предоставление материала бандаж, изготовление образцов на растяжение и изготовление бандаж на натурном образце. Результаты натуральных испытаний отражены в протоколах проекта «INNOPIPES»: [13]. Некоторые положения, изложенные в данной рабочей записке, также нашли свое отражение в книге [14].

Выводы.

1. Приведены уточнения имеющихся в литературе аналитических расчетов стального цилиндрического баллона и композитного бандаж, который изготавливается путем намотки ровинг в кольцевом направлении баллона. Приведены методы определения напряжений и

деформаций, как в упругой, так и в упругопластической области деформирования стального баллона, вплоть до разрушения всей конструкции.

2. Показано, что при намотке бандажа целесообразно оперировать не его толщиной, которая сильно зависит от плотности укладки, а шагом намотки и количеством слоев. Временное сопротивление материала бандажа определялся расчетом через свойства ровинга в составе бандажа. Для определения свойств ровинг были использованы специально изготовленные для этого образцы. При расчете совместной работы баллона и бандажа, а также при определении механических свойств материала бандажа была использована нитевидная модель. Результаты экспериментов подтверждают правомерность такой модели.

3. Приведены расчет необходимого количества слоев бандажа из условия предельно возможного внутреннего давления, который должен выдерживать укрепленный в кольцевом направлении баллон. Расчет подтверждается натурными испытаниями.

4. Поскольку намотка ровинга происходила под углом 90° к оси баллона, бандаж не включается в работу в осевом направлении баллона. Но при этом, в условиях пластического деформирования, в баллоне усиленным бандажом, пластические деформации возникают и в осевом направлении баллона, чего не происходит при отсутствии бандажа.

5. Проведенные натурные испытания свидетельствуют о том, что наличие бандажа снижает уровень кольцевых деформаций в баллоне. В упругой области это снижение незначительное, в пластической же наоборот, происходит существенное снижение деформаций. Поскольку бандаж устанавливается с предварительным натяжением его волокон, то при нагрузке баллона внутренним давлением, включение бандажа в работу происходит незамедлительно.

6. При нагружении внутренним давлением укрепленного в кольцевом направлении баллона, отношение осевых напряжений в металле к кольцевым не является постоянным, т.е. нагружение не является простым. В таком случае при рассмотрении общего деформирования следует использовать теорию пластического течения. Однако результаты расчета по деформационной теории пластичности практически не отличаются от результатов расчета по теории пластического течения и хорошо согласуются с результатами натурных испытаний.

Список литературы, а также упомянутые источники и ссылки.

1. Дмитриенко Р. И. Описание и основные результаты гидравлических испытаний натурных образцов моделирующих трубу в состоянии заводской поставки, поврежденный, отремонтированный и усиленный участки трубопровода // Рабочая записка: RZ DRI - 300516. URL: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-300516.pdf>.
2. Ведущий инженер-технолог ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, г. Киев, Р. И. Дмитриенко. Упругое изменение объема бесшовных стальных баллонов, "К-фактор", ограничение напряжений. // Научный электронный архив. URL: <http://econf.rae.ru/article/10123>.
3. Дмитриенко Р. И. Упругие и пластические деформации на примере цилиндрического тонкостенного стального баллона. Изменение объема. Часть 1, теоретическая // Рабочая записка: RZ DRI - 211016. URL: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-211016.pdf>.
4. Дмитриенко Р. И. Упругие и пластические деформации на примере цилиндрического тонкостенного стального баллона. Изменение объема. Часть 2, экспериментальная // Рабочая записка: RZ DRI - 021216. URL: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-021216.pdf>.
5. Видео You Tube: Разрушение образца трубы с бандажом под действием гидравлического внутреннего давления. I4.

URL: <https://www.youtube.com/watch?v=5N--DfDzniE>.

6. Lukasz Mazurkiewicz, Michal Tomaszewski, Jerzy Malachowski, Kamil Sybilski, Mikhail Chebakov, Maciej Witek, Peter Yukhymets, Roman Dmitrienko. Experimental and numerical study of steel pipe with part-wall defect reinforced with fibre glass sleeve. International Journal of Pressure Vessels and Piping 149 (2017) 108 - 119.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030801611630117X>,
<http://dri1.cc.ua/Stati/IJPVP-149.pdf>.

7. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.; Отв. ред. Писаренко Г. С. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев: Наук. думка, 1988. - 736 с. - ISBN 5-12-000299-4.

8. Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. для строит. спец. вузов. - М.: Высш. школа, 1990. - 400 с. ил.

9. Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М., «Машиностроение», 1977, 144 с.

10. Елпатьевский А. Н., Васильев В. М. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов. М.: Машиностроение, 1972.

11. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Учебник для студентов вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1975. - 400 с. с ил.

12. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., перераб. - М.: Высш. школа, 1982. - 264 с. ил.

13. Yukhymets P, Dmytriienko R. Protocols of Static Internal Pressure Test of Specimens I1, I2, I3 and I4 made of Pipe 219_6 (Steel 20), Innovative Nondestructive Testing and Advanced Composite Repair of Pipelines with Volumetric Surfaces Defects e INNOPIPES, Report WP 4 Task 4.2. The E.O. Paton Electric Welding Institute of The National Academy of Sciences of Ukraine; 2015.

14. Springer International Publishing AG 2018E.N. Barkanov et al. (eds.), Non-destructive Testing and Repair of Pipelines, Engineering Materials, DOI 10.1007/978-3-319-56579-8_26.

URL: <http://www.springer.com/in/book/9783319565781>.

Дополнения.

Приводимые ниже дополнения поясняют приведенные в основном материале соображения. Из основного материала ссылок на дополнения нет.

Д-1. О действительных механических свойствах материала банджа.

Определять механические свойства композитного материала можно несколькими способами. Обычно результаты таких исследований представляются в стандартном виде, т.е. по первоначальным размерам и с использованием обычных деформаций. Пересчитывая эти свойства, например, через нитевидную модель на конкретное изделие, они также получаются в стандартном виде. Попробуем разобраться с представлением этих свойств в «действительных координатах», т.е. по фактическим размерам и логарифмическим деформациям. Для примера возьмем линейно-упругий композитный материал, армированный в одном направлении. С чертой сверху обозначим данные представленные в стандартном виде.

Представим себе одноосное растяжение плоского образца материала банджа вдоль армирования. Некая выделенная вдоль образца длина l_o увеличилась до l . Деформации естественно упругие. Поперечное сечение положим прямоугольным с первоначальными размерами a_o, b_o , которые в процессе растяжения образца уменьшились до a, b . Также допустим, что поперечные деформации в этих направлениях между собой равны, в случае растяжения нескольких слоев ткани это положение неуместно. Таким образом, обычные деформации составят: $\bar{e}_l = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{l-l_o}{l_o}$, $\bar{e}_a = \bar{e}_b = \frac{\Delta a}{a_o} = \frac{a-a_o}{a_o}$. Понятно, что $\bar{e}_l > 0$, $\bar{e}_a < 0$. Обычные напряжения при этом представляются как растягивающее усилие F отнесенное к первоначальной площади поперечного сечения A_o , т.е. $\bar{\sigma} = F/A_o$. Модуль упругости соответственно: $\bar{E} = \bar{\sigma}/\bar{e}_l$. Значение коэффициента Пуассона в таком случае равно:

$$\bar{\mu} = \left| \frac{\bar{e}_a}{\bar{e}_l} \right| = \left| \frac{\Delta a l_o}{a_o \Delta l} \right| = \left| \frac{(a-a_o)l_o}{(l-l_o)a_o} \right| = \left| \frac{\frac{a}{a_o} - 1}{\frac{l}{l_o} - 1} \right|.$$

В стандартном виде модуль упругости и коэффициент Пуассона задаются как постоянные значения.

Представляя все в логарифмических деформациях, имеем.

Коэффициент Пуассона обычный и пересчитанный: $\bar{\mu} = \left| \frac{e^{\varepsilon_a} - 1}{e^{\varepsilon_l} - 1} \right|$, $\mu = \left| \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_l} \right|$. Здесь через ε обозначены логарифмические (действительные) деформации, например, вдоль армирования $\varepsilon_l = \ln(1 + \bar{e}_l) = \ln\left(\frac{l}{l_o}\right)$.

Логарифмические деформации нелинейные по отношению к обычным, поэтому Коэффициент Пуассона не постоянен, с ростом деформации увеличивается от значения $\bar{\mu}$.

Поскольку $a = a_0 e^{\varepsilon a}$, $b = b_0 e^{\varepsilon b}$, следовательно $ab = a_0 b_0 e^{2\varepsilon a} = a_0 b_0 e^{-2\mu\varepsilon l}$.

Это произведение можно выразить и через обычную деформацию:

$$ab = a_0 b_0 \left(e^{\varepsilon l} \right)^{-2\mu} = a_0 b_0 (1 + \bar{\varepsilon}_l)^{-2\mu}.$$

Перед коэффициентом Пуассона стоит знак минус, потому что поперечные деформации отрицательны. Т.е. текущая площадь поперечного сечения выражается следующим образом:

$A = A_0 e^{-2\mu\varepsilon l}$. Изменение площади поперечного сечения эквивалентно изменению площади приходящейся на один «виток» см. выше. Отсюда имеем действительные напряжения:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0 e^{-2\mu\varepsilon l}} = \bar{\sigma} e^{2\mu\varepsilon l}, \quad \text{и действительный модуль упругости: } E = \frac{\sigma}{\varepsilon_l} = \frac{\bar{\sigma} e^{2\mu\varepsilon l}}{\varepsilon_l}.$$

Зависимость модуля упругости от деформаций аналогична зависимости коэффициента Пуассона.

Умножая и деля на обычную деформацию вдоль армирования, произведя замены, получаем

$$\text{еще одно выражение для модуля упругости: } E = \bar{E} \frac{\bar{\varepsilon}_l e^{2\mu\varepsilon l}}{\varepsilon_l} = \bar{E} \frac{\left(e^{\varepsilon l} - 1 \right) e^{2\mu\varepsilon l}}{\varepsilon_l}.$$

С ростом деформаций разница между действительными параметрами и стандартными растет, для логарифмических деформаций наоборот, (они меньше обычных). Также чем больше коэффициент Пуассона, тем погрешность тоже больше.

При незначительных предельных деформациях материала бандажа всем этим пересчетом можно пренебречь. Например, в нашем случае предельная деформация, коэффициент Пуассона, временное сопротивление и модуль упругости в стандартном представлении составили: 0,014; 0,17; 837,91 МПа и 59851 МПа, соответственно. Действительные же параметры при предельной деформации, изменятся по отношению к «стандартным» на -0,69; +0,82; +0,48; +1,18 процентов соответственно. Если предположить, что предельная деформация составляла бы 0,1, то изменения прежних параметров при такой деформации составили бы уже -4,69; +5,82; +3,49; +8,58.

Зависимость «действительных» модуля упругости и коэффициента Пуассона от деформаций можно сказать условная, поскольку в стандартном представлении, с целью упрощения, мы их принимаем постоянными. При малых предельных деформациях можно было бы считать и наоборот. Имея первичные данные растяжения можно самому принимать некоторые упрощения. При больших же предельных деформациях анализ первичной диаграммы растяжения крайне необходим.

Д-2. Отношения напряжений.

На рисунке 1Д приведены зависимости отношений напряжений в баллоне от давления.

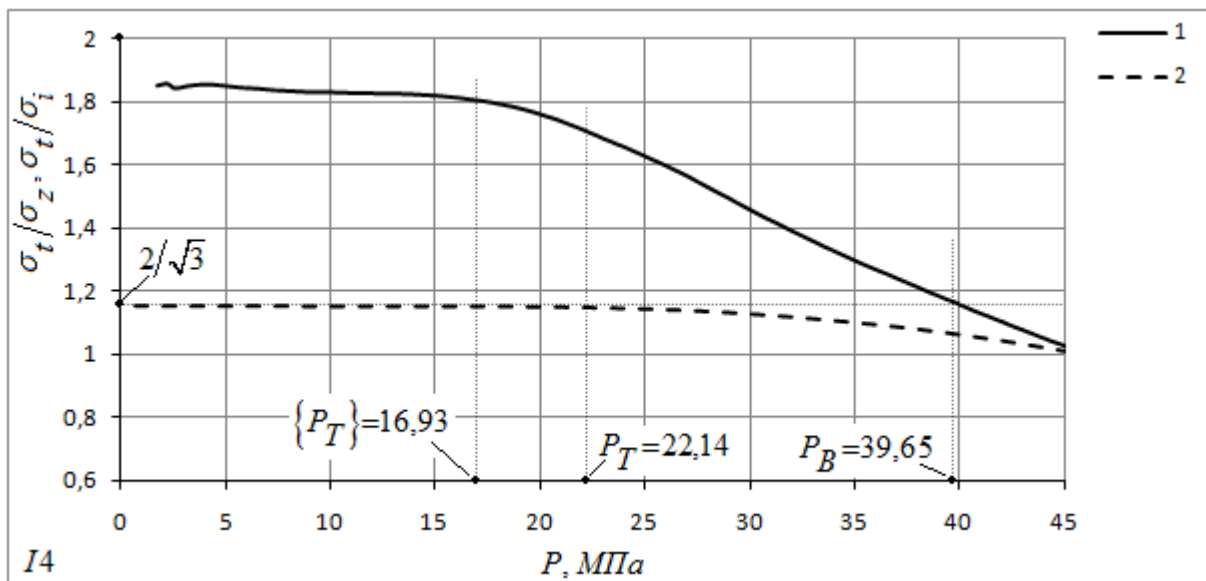


Рис. 1Д. Зависимости отношений напряжений в баллоне от давления:

1 - кольцевых к осевым; 2 - кольцевых к интенсивности.

Кривые на рисунке 1Д построены по действительной диаграмме деформирования с учетом изменения размеров. При гипотетическом росте давления до 60 МПа, плавно продолжают снижаться до $\sim 0,7$. Кривые построены по действительной диаграмме деформирования без учета изменения размеров, а также с учетом и без учета размеров, но по диаграмме растяжения на указанном интервале близки.

Расчетное отношение кольцевых к осевым напряжениям в упругой области по второй формуле (20) равно 1,817. Используя первую часть формулы (12) можно выразить отношение кольцевых к интенсивности напряжений следующим образом:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_i} = 1 / \sqrt{1 - \frac{\sigma_z}{\sigma_t} + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_t}\right)^2}. \text{ Используя вторую формулу (20) для упругой области получаем}$$

1,1527. Естественно, то же самое получается из формул (6), второй части формулы (12) и второй формулы (17).

Для баллона без бандажа, отношение кольцевых напряжений к осевым равно 2, а кольцевых к интенсивности напряжений соответственно $2/\sqrt{3} \approx 1,1547$. Причем эти отношения постоянны на всем участке деформирования. Хотя в упругой хоть в пластической области отношения σ_t/σ_z и σ_t/σ_i для баллона с бандажом всегда меньше чем для баллона без бандажа.

Д-3. Расчет по деформационной теории пластичности с учетом предварительного натяжения бандажа.

Компоненты упруго-пластических деформаций (главные деформации) для баллона также выражаются зависимостями (9).

Условие совместности деформаций при воздействии внутреннего давления: $\frac{r_*}{r} \Delta \varepsilon_{t*} = \Delta \varepsilon_t$,

представится в следующем виде:

$$\left(\frac{r_*}{r} \tilde{\varepsilon}_{t*} - \frac{r_{o*}}{r_o} \varepsilon_{t*o} \right) = \tilde{\varepsilon}_t - \varepsilon_{to}. \quad (1-Д3)$$

Здесь уже под $\tilde{\varepsilon}_{t*}$, $\tilde{\varepsilon}_t$ подразумеваются полные деформации с учетом первоначальных.

Здесь коэффициент соотношения деформаций при намотке такой же, как и при воздействии внутреннего давления см. раздел 1. После установки бандажа с первоначальным натяжением, они равны соответственно $\varepsilon_{t*o} > 0$ и $\varepsilon_{to} < 0$. Расписывая условие (1-Д3) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{r_*}{r} \cdot \frac{\tilde{\sigma}_{t*}}{E_*} - \frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{\sigma_{to*}}{E_*} = \\ = \frac{1}{E} (\tilde{\sigma}_t - \mu \sigma_z) + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (\tilde{\sigma}_t - 0,5 \sigma_z) + \frac{\sigma_{to*} s_{o*}}{E s_o}. \end{aligned} \quad (2-Д3)$$

Значком «~» обозначены полные кольцевые напряжения. К осевым напряжениям в баллоне это не относится, поскольку предварительное натяжение бандажа на них не влияет. Аналогичное выражение деформаций приведено в [9, 10].

Напряжения в баллоне определяются формулами (5, 7), при этом напряжения в бандаже (см. формулу 5) берутся с учетом предварительных.

Самый последний член в правой части представляет не что иное, как абсолютное значение кольцевых деформаций в баллоне после намотки бандажа: $\frac{\sigma_{to*} s_{o*}}{E s_o} = \frac{-\sigma_{to}}{E}$. После намотки

бандажа при нулевом давлении в баллоне имеем: $-\frac{r_*}{r} \cdot \frac{\sigma_{to*}}{E_*} = \frac{\sigma_{to}}{E}$. Следует иметь в виду, что

$$\sigma_{to*} > 0, \sigma_{to} < 0.$$

Интенсивность напряжений в баллоне также определяется выражениями (11, 12) но с учетом предварительного натяжения.

Подставляя (5, 7) в (2-Д3), имеем,

$$\begin{aligned} \frac{r_*}{r} \cdot \frac{E \tilde{\sigma}_{t*}}{E_*} - \frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{E \sigma_{to*}}{E_*} + \frac{E \tilde{\sigma}_{t*} s_*}{E_C s} - \frac{\sigma_{to*} s_{o*}}{s_o} = \frac{Pr}{4s} \left(\frac{3E}{E_C} + 1 - 2\mu \right), \text{ далее отсюда} \\ \tilde{\sigma}_{t*} \left(\frac{r_*}{r} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s} \cdot \frac{E}{E_C} \right) = \frac{Pr}{4s} \left(\frac{3E}{E_C} + 1 - 2\mu \right) + \sigma_{to*} \left(\frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_{o*}}{s_o} \right), \text{ и в итоге} \end{aligned}$$

$$\tilde{\sigma}_{t*} = \frac{\frac{Pr}{4s} \left(\frac{3E}{E_C} + 1 - 2\mu \right) + \sigma_{to*} \left(\frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_{o*}}{s_o} \right)}{\frac{r_*}{r} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s} \cdot \frac{E}{E_C}}. \quad (3-Д3)$$

После намотки бандажа, при нулевом давлении в баллоне из выражения (3-Д3), с учетом того, что геометрические параметры переходят в первоначальные, а секущий модуль равен упругому, имеем: $\tilde{\sigma}_{t*} = \sigma_{to*}$. Без учета предварительного натяжения бандажа выражение (3-Д3) совпадает с (16), а в упругой области ($E_C = E$) с (17).

Выражение (3-П3) можно переписать следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_{t*} = \sigma_{t*} + \sigma_{to*} \frac{\left(\frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_{o*}}{s_o} \right)}{\frac{r_*}{r} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s} \cdot \frac{E}{E_C}}.$$

где σ_{t*} то же что и по первой формуле (16).

В упругой области можно принять, что коэффициент при σ_{to*} равен 1, а с ростом пластических деформаций плавно уменьшается. Т.е. с ростом пластических деформаций влияние первоначального напряжения в бандаже снижается.

В упругой области не учитывая изменения размеров, выражение для кольцевых напряжений в бандаже можно представить в следующем виде:

$$\tilde{\sigma}_{t*} = \sigma_{t*} + \sigma_{to*} = \frac{Pr_o}{2} \cdot \frac{E_*(2-\mu)}{\frac{r_{o*}}{r_o} E s_o + E_* s_{o*}} + \sigma_{to*}, \quad (4-Д3)$$

а для баллона соответственно:
$$\tilde{\sigma}_t = \frac{Pr_o}{2s_o} \cdot \frac{\frac{r_{o*}}{r_o} 2E s_o + E_* s_{o*} \mu}{\frac{r_{o*}}{r_o} E s_o + E_* s_{o*}} - \frac{\sigma_{to*} s_{o*}}{s_o} = \sigma_t + \sigma_{to*}.$$

Здесь σ_{t*} определяется первой формулой (17). Найденное полное кольцевое напряжение в бандаже подставляется как есть в формулу (5) откуда и получаем полное кольцевое напряжение в баллоне. Не учитывая предварительного натяжения бандажа также можно получить тот же коэффициент снижения кольцевых напряжений в баллоне описанный в разделе 3.

Предположим, что бандаж устанавливается при некотором первоначальном давлении P в баллоне. Для того чтобы он сидел плотно при сбросе давления до нуля, в нем должны сохраняться некоторые растягивающие напряжения $\sigma_{to*} > 0$, см. формулу (4-Д3). Для обеспечения этого кольцевые напряжения от предварительного натяжения (при давлении P) должны быть больше упруго сбрасываемых напряжений. Т.е.:

$$\left(\sigma_{to*}\right)_P > \frac{Pr_o}{2} \cdot \frac{E_*(2-\mu)}{\frac{r_o^*}{r_o} E_{s_o} + E_* s_{o*}}.$$

Здесь $\left(\sigma_{to*}\right)_P$ равно полным напряжениям $\tilde{\sigma}_{t*}$, см. формулу (4-Д3). Отсюда можно найти растягивающее усилие на ровинг. $F_1 = \left(\sigma_{to*}\right)_P \times A_{1o}$.

Д-4. Расчет по теории пластического течения.

Поскольку нагружение не является простым, то стоит применять зависимости теории пластического течения, [9, 10]:

$$d\varepsilon_t = \frac{1}{E} (d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - 0,5\sigma_z), \quad (1-Д4)$$

где $E_K = E_K(\sigma_i) = d\sigma_i / d\varepsilon_i$ касательный модуль по единой кривой деформирования σ_i, ε_i . Его также как и секущий целесообразней выражать как функцию интенсивности напряжений.

Можно провести некую аналогию выражения (1-Д4) с первым выражением (9). Приращения деформаций в осевом направлении и в направлении толщины стенки записываются аналогично.

Уравнение совместности деформаций при давлении P , без учета предварительного натяжения бандажа, аналогично уравнению (15):

$$\begin{aligned} d\varepsilon_t &= d\varepsilon_{t*} \frac{r_*}{r} = \\ &= \frac{d\sigma_{t*}}{E_*} \cdot \frac{r_*}{r} = \frac{1}{E} (d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - 0,5\sigma_z) \end{aligned} \quad (2-Д4)$$

Поскольку $\sigma_i^2 = \sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_z + \sigma_z^2$, то $d\sigma_i = \frac{2\sigma_t d\sigma_t - \sigma_t d\sigma_z - \sigma_z d\sigma_t + 2\sigma_z d\sigma_z}{2\sigma_i}$. Также распишем и дифференциалы напряжений определяемых формулами (5, 7):

$$d\sigma_t = \frac{rdP - s_* d\sigma_{t*}}{s}, \quad d\sigma_z = \frac{r}{2s} dP.$$

Подставим в выражение (2-Д4) напряжения σ_t и σ_z взятых из (5, 7), а также $d\sigma_t, d\sigma_z$ и $d\sigma_i$ определенные выше. Дифференциалы $d\sigma_t, d\sigma_z$ подставляются и в $d\sigma_i$. Преобразовывая все это, получаем:

$$d\sigma_{t*} = \frac{(1-0,5\cdot\mu)s^2 r \sigma_i^2 + 0,75\cdot r (Pr - s_* \sigma_{t*}) (0,75\cdot Pr - s_* \sigma_{t*}) \left(\frac{E}{E_K} - 1\right)}{s^3 \sigma_i^2 \left(\frac{r_*}{r} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_*}{s}\right) + s_* (0,75\cdot Pr - s_* \sigma_{t*})^2 \left(\frac{E}{E_K} - 1\right)} dP. \quad (3-Д4)$$

Тот же результат получен и в [9, 10].

Предварительно касательный модуль выражается как функция интенсивности напряжений. Для касательного, как, в общем-то, и для секущего модулей можно подобрать функции различного вида. От предела пропорциональности до условного предела текучести вообще можно использовать линейную зависимость.

Интенсивность напряжений находится с помощью (11). Давление разбивается на интервалы ΔP , (чем меньше, тем точнее). Выражение (3-Д4) интегрируется численно с начальными условиями $P=0$, $\sigma_{t*}=0$. Предварительное натяжение бандажа естественно не учитывается. Решения по теории пластического течения и по деформационной теории пластичности близки.

В упругой области не учитывая изменения размеров, выражение для приращения кольцевых напряжений в бандаже можно представить в следующем виде:

$$d\sigma_{t*} = \frac{(1-0,5\cdot\mu)r_o}{s_o \left(\frac{r_{o*}}{r_o} \cdot \frac{E}{E_*} + \frac{s_{o*}}{s_o}\right)} dP = \frac{(2-\mu)r_o^2 E_*}{2(r_{o*} s_o E + r_o s_{o*} E_*)} dP$$

Интеграл с нулевыми первоначальными значениями совпадает с первым выражением (17).

Заменяя в выражении (3-Д4) кольцевые напряжения в бандаже кольцевыми деформациями по формуле (18). Оставляем в левой части только кольцевые деформации бандажа, все остальное переносим в правую. Далее умножаем обе части на коэффициент r_*/r . Затем устремляя толщину стенки бандажа или его модуль упругости, а можно то и другое к нулю, имеем приращения кольцевых деформаций баллона без бандажа:

$$d\varepsilon_t = \frac{rdP}{4s} \left(\frac{1-2\mu}{E} + \frac{3}{E_K} \right). \quad \text{Это выражение получается при решении задачи пластического}$$

деформирования по теории пластического течения цилиндрического тонкостенного стального баллона, подробнее см. в [3].

Д-5. О соответствии теорий пластичности.

Распишем некоторые положения теорий пластичности применительно к цилиндрической оболочке с днищами, изготовленной из изотропного материала. Нагружение внутренним давлением в общем случае. Рассмотрим выражения только через главные направления, поскольку последние явно выявлены и не меняют ориентацию при нагружении. В качестве конкретных примеров используем кольцевое направление. В случае отсутствия бандажа у оболочки, например: $\sigma_t = 2\sigma_z$.

Поскольку $\sigma_r=0$, а σ_t и σ_z являются главными напряжениями, то среднее напряжение, или то же самое, элемент главной диагонали шарового тензора представится следующим образом: $\sigma_o = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_t + \sigma_z}{3}$. В свою очередь средняя линейная упругая деформация:

$$\varepsilon_o = \frac{\varepsilon_V}{3} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{\varepsilon_t + \varepsilon_z + \varepsilon_s}{3} = \frac{\sigma_o}{3K}, \text{ где } K = \frac{E}{3(1-2\mu)} - \text{объемный модуль упругости. В}$$

качестве примера: $\sigma_t - \sigma_o$ - один из компонентов главной диагонали девиатора напряжений и т.п.

Гипотезы деформационной теории пластичности (теории малых упругопластических деформаций), [8]:

1. Закон изменения объема. Объемная деформация тела упругая и для нее справедлив закон Гука: $\varepsilon_o = \sigma_o / 3K$.

Для упрощения некоторых задач используется допущение о несжимаемости материала [12]: $\varepsilon_o = 0$, $K = \infty$, $\mu = 0,5$, $G = E/3$.

2. Закон изменения формы. Компоненты девиатора напряжений ($\sigma_t - \sigma_o$) прямо пропорциональны компонентам девиатора деформаций ($\varepsilon_t - \varepsilon_o$):

$$\sigma_t - \sigma_o = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} (\varepsilon_t - \varepsilon_o) = \psi (\varepsilon_t - \varepsilon_o). \text{ Здесь } \psi = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i}. \text{ Складывая три уравнения для компонентов,}$$

получаем тождество $0 \equiv 0$. Вычитая уравнения для трех компонентов между собой, можно получить выражение [12]: $\frac{\sigma_t - \sigma_z}{\varepsilon_t - \varepsilon_z} = \frac{\sigma_z - \sigma_s}{\varepsilon_z - \varepsilon_s} = \frac{-\sigma_t}{\varepsilon_s - \varepsilon_t} = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i}$.

Например, для одноосного растяжения в пределах упругости $\sigma_i = \sigma$, $\varepsilon_i = \frac{2}{3}(1+\mu)\varepsilon$.

Следовательно, получаем закон Гука: $\frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} = \frac{\sigma}{(1+\mu)\varepsilon} = \frac{E}{1+\mu} = 2G$, т.е. $\sigma_i = 3G\varepsilon_i$.

Решения относительно напряжений и деформаций представляются в виде:

$$\sigma_t = \varepsilon_o \left(3K - \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \right) + \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} (\sigma_t - \sigma_o) + \frac{\sigma_o}{3K}. \text{ В случае упрощения, приравнявая}$$

объемную деформацию нулю, имеем: $\sigma_t = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_t + \sigma_o$, $\varepsilon_t = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} (\sigma_t - \sigma_o)$.

3. Соотношение между параметром упрочнения η , в качестве которого взята интенсивность деформации, и интенсивностью напряжений не зависит от конкретного вида напряженного состояния: $\sigma_i = \Phi(\eta) = \Phi(\varepsilon_i)$. А. А. Илюшином показано, чтобы нагружение несжимаемого тела было простым, достаточно чтобы зависимость между ε_i и σ_i была степенной функцией вида: $\sigma_i = A\varepsilon_i^m$, [11, 12].

Уравнения деформационной теории пластичности, строго говоря, используются в случаях простого нагружения. Хотя при сложных нагружениях, но близким к простым, результаты близки к наблюдаемым в эксперименте.

Записывая уравнение для кольцевых деформаций в координатной форме [11, 12]:

$\varepsilon_t = \varepsilon_o + \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i}(\sigma_t - \sigma_o)$, выражая ε_o через σ_o , а последнее расписывая через главные

напряжения, имеем: $\varepsilon_t = \frac{(\sigma_t + \sigma_z)(1-2\mu)}{3E} + \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i}(2\sigma_t - \sigma_z)$. Подставляя сюда ε_i выраженное через J , см. раздел 1, приходим к первому выражению (9).

Считая материал несжимаемым, т.е. $\mu=0,5$, а отсюда $\varepsilon_o=0$, отношение ε_i/σ_i для тонкостенной оболочки с днищами переходит в выражение $1/E_C$ действительной диаграммы деформирования.

В таком случае: $\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i}(2\sigma_t - \sigma_z) = \frac{2\sigma_t - \sigma_z}{2E_C}$. К такому же результату приходим, подставляя

$\mu=0,5$ в первое выражение (9). Аналогично в условиях несжимаемости $\varepsilon_z = \frac{2\sigma_z - \sigma_t}{2E_C}$ и

$$\varepsilon_s = -\frac{\sigma_t + \sigma_z}{2E_C}.$$

Гипотезы теории пластического течения, [8]:

1. Соблюдается объемный закон Гука: $\varepsilon_o = \frac{\sigma_o}{3K}$, или $d\varepsilon_o = \frac{d\sigma_o}{3K}$.

2. Приращения деформации равны сумме приращений упругих и пластических деформаций.

Например: $d\varepsilon_t = d\varepsilon_t^y + d\varepsilon_t^P$. В соответствии с первой гипотезой средняя пластическая деформация $d\varepsilon_o^P = 0$, т.е. несжимаемости материала в пластическом состоянии.

3. Компоненты девиатора приращений пластических деформаций $(d\varepsilon_t^P - d\varepsilon_o^P)$ прямо пропорциональны компонентам девиатора напряжений $(\sigma_t - \sigma_o)$ [12]:

$$d\varepsilon_t^P = \frac{3d\bar{\varepsilon}_i^P}{2\sigma_i}(\sigma_t - \sigma_o) = (\sigma_t - \sigma_o)d\lambda, \text{ где } d\lambda = \frac{3d\bar{\varepsilon}_i^P}{2\sigma_i}.$$

Здесь $d\bar{\varepsilon}_i^P = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_t^P - d\varepsilon_z^P)^2 + (d\varepsilon_z^P - d\varepsilon_s^P)^2 + (d\varepsilon_s^P - d\varepsilon_t^P)^2}$ - интенсивность приращения пластических деформаций, в общем случае не равняется приращению интенсивности пластических деформаций - $d\varepsilon_i^P$. Для простого нагружения, к которому относится

одноосное растяжение, а также нагружение внутренним давлением цилиндрической оболочки с днищами и без бандажа: $d\bar{\varepsilon}_i^P = d\varepsilon_i^P$.

Для приращений упругих деформаций и приращений напряжений справедлив закон Гука.

В нашем случае: $d\varepsilon_t^y = \frac{1}{E}(d\sigma_t - \mu d\sigma_z)$. Отсюда: $d\varepsilon_t = \frac{1}{E}(d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}_i^P}{\sigma_i} (\sigma_t - \sigma_o)$. При

$d\varepsilon_t^y \ll d\varepsilon_t^P$, приращениями упругих деформаций можно пренебречь, в таком случае получаем уравнения теории пластичности Сен-Венана - Леви.

4. Соотношение между параметром упрочнения η и интенсивностью напряжений не зависит от конкретного вида напряженного состояния. Взяв в качестве параметра упрочнения параметр Удквиста ($\int d\bar{\varepsilon}_i^P$), имеем: $\sigma_i = \Phi(\eta) = \Phi \int d\bar{\varepsilon}_i^P$.

Для случая одноосного растяжения можно показать что: $d\varepsilon_i^P = d\varepsilon_p$, $\int d\bar{\varepsilon}_i^P = \int d\varepsilon_i^P = \varepsilon_i^P = \varepsilon_p$, т.е. параметр Удквиста - пластическая составляющая полных деформаций, как разница между полными и упругими деформациями.

Также в теории пластического течения поверхность пластичности, построенная по компонентам тензора напряжений, в процессе нагружения, равномерно расширяется, эффект Баушингера при этом не описывается [11].

Из представленного выше можно показать, что:

$$d\sigma_i = \frac{2\sigma_t d\sigma_t - \sigma_t d\sigma_z - \sigma_z d\sigma_t + 2\sigma_z d\sigma_z}{2\sigma_i} = \frac{(2\sigma_t - \sigma_z) d\sigma_t + (2\sigma_z - \sigma_t) d\sigma_z}{2\sigma_i} =$$

$$= \frac{3}{2\sigma_i} \left((\sigma_t - \sigma_o) d\sigma_t + (\sigma_z - \sigma_o) d\sigma_z \right)$$

Записывая уравнение для кольцевых деформаций имеем:

$$d\varepsilon_t = \frac{1}{E}(d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}_i^P}{\sigma_i} (\sigma_t - \sigma_o) = \frac{1}{E}(d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}_i^P}{\sigma_i} \left(\frac{2\sigma_t - \sigma_z}{3} - \frac{\sigma_z}{3} \right) =$$

$$= \frac{1}{E}(d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{d\bar{\varepsilon}_i^P}{\sigma_i} \left(\sigma_t - \frac{\sigma_z}{2} \right)$$

и т.д. для ε_z .

Отношение интенсивности приращения пластических деформаций к интенсивности

напряжений равно: $\frac{d\bar{\varepsilon}_i^P}{\sigma_i} = \frac{1}{\sigma_i} \left(\frac{d\sigma_i}{E_K} - \frac{d\sigma_i}{E} \right) = \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right)$, доказательство см. в Д-6. И в итоге

выражение для кольцевых деформаций полностью совпадает с 1-Д4.

Для случая простого нагружения, интенсивность деформаций и ее приращение можно разложить на упругую и пластическую составляющие: $\varepsilon_i = \varepsilon_i^y + \varepsilon_i^P$ и $d\varepsilon_i = d\varepsilon_i^y + d\varepsilon_i^P$. Под ε_i^y

можно понимать величину упругой разгрузки в каждой точке. А под $d\varepsilon_i^y$ соответственно ее приращение. Чем больше деформация, тем больше напряжения и тем большей будет величина упругой разгрузки.

Д-6. Приращение пластических деформаций.

Рассматривая деформационную теорию пластичности, распишем интенсивность деформаций как сумму упругой и пластической составляющих: $\varepsilon_i = \varepsilon_i^y + \varepsilon_i^p$. Поскольку

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3} J \sigma_i = \frac{2}{3} \left(\frac{1+\mu}{E} + 3 \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) \right) \sigma_i, \quad \text{имеем} \quad \varepsilon_i = \frac{2(1+\mu)}{3E} \sigma_i + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) \sigma_i. \quad \text{Дифференциал}$$

соответственно равен $d\varepsilon_i = \frac{2(1+\mu)}{3E} d\sigma_i + \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i - \sigma_i \frac{dE_C}{E_C^2}$. Т.е. дифференциал тоже

можно разложить на упругую и пластическую составляющие: $d\varepsilon_i = d\varepsilon_i^y + d\varepsilon_i^p$. Отсюда

$$d\varepsilon_i^p = \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i - \sigma_i \frac{dE_C}{E_C^2}.$$

Из выражений (9) имеем пластические составляющие главных деформаций:

$$\varepsilon_t^p = \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - 0,5\sigma_z), \quad \varepsilon_z^p = \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_z - 0,5\sigma_t), \quad \varepsilon_s^p = - \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) \frac{(\sigma_t + \sigma_z)}{2}.$$

А их дифференциалы соответственно:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_t^p &= \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (d\sigma_t - 0,5d\sigma_z) - \frac{dE_C}{E_C^2} (\sigma_t - 0,5\sigma_z) \\ d\varepsilon_z^p &= \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) (d\sigma_z - 0,5d\sigma_t) - \frac{dE_C}{E_C^2} (\sigma_z - 0,5\sigma_t) \\ d\varepsilon_s^p &= - \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) \frac{(d\sigma_t + d\sigma_z)}{2} + \frac{dE_C}{E_C^2} \frac{(\sigma_t + \sigma_z)}{2} \end{aligned} \right\}.$$

Можно показать что:

$d\varepsilon_t^p - d\varepsilon_z^p = d(J_p(\sigma_t - \sigma_z))$, $d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_s^p = d(J_p\sigma_z)$, $d\varepsilon_s^p - d\varepsilon_t^p = -d(J_p\sigma_t)$, где коэффициент J_p определен в разделе 1. Откуда интенсивность приращения пластических деформаций

будет равна: $d\bar{\varepsilon}_i^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left(d(J_p(\sigma_t - \sigma_z)) \right)^2 + \left(d(J_p\sigma_z) \right)^2 + \left(d(J_p\sigma_t) \right)^2}$. Здесь нельзя привести к простому случаю уничтожения квадрата радикалом. В принципе можно было бы разложить

дифференциалы, возвести все в квадраты и неким образом привести подобные. Но темнее менее совпадения с приращением интенсивности пластических деформаций не будет.

Предположим что $\sigma_z = k\sigma_t$, где $k = const$, т.е. напряжения между собой пропорциональны. Следовательно $d\sigma_z = d(k\sigma_t) = kd\sigma_t$, $\sigma_i = \sigma_t \sqrt{1-k+k^2}$ и $d\sigma_i = \sqrt{1-k+k^2} d\sigma_t$.

$$\text{Отсюда } d\bar{\varepsilon}_i^P = \frac{2}{3} d(J_p \sigma_t) \sqrt{1-k+k^2} = \frac{2}{3} d(J_p \sigma_i).$$

И далее $d\bar{\varepsilon}_i^P = \frac{2}{3} d(J_p \sigma_i) = \left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i - \sigma_i \frac{dE_C}{E_C^2} = d\varepsilon_i^P$. Отсюда видно, что в случае простого

нагружения: $d\bar{\varepsilon}_i^P = d\varepsilon_i^P$. Все это справедливо и при отсутствии бандажа у баллона. В таком случае $k=0,5$ и $\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_t$.

Расписывая по теории пластического течения, имеем приращения деформаций:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_t &= \frac{1}{E} (d\sigma_t - \mu d\sigma_z) + \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - 0,5\sigma_z) \\ d\varepsilon_z &= \frac{1}{E} (d\sigma_z - \mu d\sigma_t) + \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_z - 0,5\sigma_t) \\ d\varepsilon_s &= -\frac{\mu}{E} (d\sigma_t + d\sigma_z) - \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \frac{(\sigma_t + \sigma_z)}{2} \end{aligned} \right\},$$

и их разности:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_t - d\varepsilon_z &= \frac{(1+\mu)}{E} (d\sigma_t - d\sigma_z) + \frac{3d\sigma_i}{2\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) (\sigma_t - \sigma_z) \\ d\varepsilon_z - d\varepsilon_s &= \frac{(1+\mu)}{E} d\sigma_z + \frac{3d\sigma_i}{2\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \sigma_z \\ d\varepsilon_s - d\varepsilon_t &= -\frac{(1+\mu)}{E} d\sigma_t - \frac{3d\sigma_i}{2\sigma_i} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \sigma_t \end{aligned} \right\}.$$

В таком случае, расписывая интенсивность приращения пластических деформаций по определению, принимая в учет, что $\sigma_i = \sqrt{\sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_z + \sigma_z^2}$, имеем: $d\bar{\varepsilon}_i^P = d\sigma_i \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right)$.

Распишем приращение интенсивности деформаций по определению. Учитывая формулы определения σ_i и $d\sigma_i$, имеем:

$$d\varepsilon_i = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{1+\mu}{E}\right)^2 \left((d\sigma_t)^2 - d\sigma_t d\sigma_z + (d\sigma_z)^2 \right) + 2\left(\frac{1+\mu}{E}\right) d\sigma_i \left(\frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i \right) + \left(\frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i \right)^2}.$$

Отсюда видно, что приращение интенсивности деформаций в общем случае нельзя разложить на упругую и пластическую составляющие.

В случае простого нагружения, полагая $\sigma_z = k\sigma_t$, (основные соотношения приведены выше), имеем: $(d\sigma_t)^2 - d\sigma_t d\sigma_z + (d\sigma_z)^2 = (d\sigma_t)^2 (1 - k + k^2) = (d\sigma_i)^2$, далее

$$d\varepsilon_i = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{1+\mu}{E}\right)^2 (d\sigma_i)^2 + 2\left(\frac{1+\mu}{E}\right) d\sigma_i \left(\frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i \right) + \left(\frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i \right)^2}, \text{ и в итоге:}$$

$$d\varepsilon_i = \frac{2}{3} \left(\frac{1+\mu}{E} \right) d\sigma_i + \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) d\sigma_i. \text{ Что справедливо для баллона без бандажа. Отсюда видно,}$$

что приращение интенсивности деформаций раскладывается на упругую и пластическую составляющие, т.е.: $d\varepsilon_i = d\varepsilon_i^y + d\varepsilon_i^p$. Где пластическая составляющая уже совпадает с $d\bar{\varepsilon}_i^p$, а упругая составляющая приращения интенсивности деформаций совпадает с дифференциалом упругой составляющей по деформационной теории.

*** $\underline{u \uparrow a}$ ***

Текст: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-090117.doc>

Дмитриенко Р. И. Упругопластическое деформирование тонкостенного, укрепленного в кольцевом направлении стального баллона, при нагружении его внутренним давлением // Рабочая записка: RZ DRI - 090117. URL: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-090117.pdf> (дата обращения: 17.12.2017).

© Роман Игоревич Дмитриенко. (Roman Dmytriienko). Моб.: +380688579600.

SPIN- код: 5715-5773. www.orcid.org/0000-0001-8842-5051.

YouTube: <https://www.youtube.com/channel/UCBEzDeXFjUeCKCN6nUYqsQA>.

Сайт: <http://www.dri1.cc.ua>. E-mail: dri1@ukr.net. Skype: dri1dri1. Украина.